

Рокови из Математике 1 за студенте Факултета за физичку хемију

Садржај

1	МАТЕМАТИКА 1 - 2018/2019	2
2	МАТЕМАТИКА 1 - 2017/2018	4
3	МАТЕМАТИКА 1 - 2016/2017	7
4	МАТЕМАТИКА 1 - 2015/2016	9
5	МАТЕМАТИКА 1 - 2014/2015	11
6	МАТЕМАТИКА 1 - 2013/2014	14
7	МАТЕМАТИКА 1 - 2012/2013	17
8	МАТЕМАТИКА 1 - 2011/2012	21
9	МАТЕМАТИКА 1 - 2010/2011	26
10	МАТЕМАТИКА 1 - 2009/2010	33
11	МАТЕМАТИКА 1 - 2008/2009	34

Писмени испит из Математике 1 – 23.09.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1 \cdot 2!}{2} + \frac{2 \cdot 3!}{2^2} + \dots + \frac{n \cdot (n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$

2. Одредити једначину равни α која садржи праву $p: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+8}{-4}$ и нормална је на праву $q: \frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$. Одреди растојање равни α од праве $r: \frac{x-8}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

4. Израчунати $\int \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt[3]{2x-3}+1} dx$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y^2 = x$ и $3y^2 = 2(x+2)$.

Писмени испит из Математике 1 – 13.09.2019. године

1. Решити једначину $z^5 + 1 - \sqrt{3}i = 0$.

2. а) Одредити једначину равни α која садржи праву $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$ и нормална је на раван $\beta: 2x + y + 3z + 5 = 0$.

- б) Одредити једначину нормале из тачке $A(13, 09, 2019)$ на раван β .

3. Израчунати

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+1}} + \frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+2}} + \dots + \frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+n}} \right).$$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln \frac{2x-1}{x+2}$.

5. Израчунати $\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$.

Писмени испит из Математике 1 – 23.08.2019. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$.

2. Одредити једначину равни α која садржи праву $p: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+8}{-4}$ и нормална је на праву $q: \frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$. Одреди растојање равни α од праве $r: \frac{x-8}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[5]{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}, & x < 0; \\ \frac{x+5}{|x-3|}, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{\ln x}{(x-1)^2}, & x > 1. \end{cases}$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$.

5. Израчунати $\int \frac{3x^2 - 2x + 5}{x^3 - x^2 + 2x - 2} dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 05.07.2019. године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (-\sqrt{2} + i\sqrt{6})^{2019}$.

2. Написати једначину праве p која садржи тачку $A(1, 1, 1)$ и паралелна је правој BC , где је $B(1, 2, 3)$ и $C(5, 0, 2)$. Одредити реалан параметар λ такав да тачка $D(-3, \lambda + 2, 2)$ припада правој p .

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

4. Израчунати $\int \frac{1+x \ln(1+x^2)}{1+x^2} dx$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y = e^x$, $y = e^{-x}$ и $x = 2$.

Писмени испит из Математике 1 – 14.02.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1 \cdot 2!}{2} + \frac{2 \cdot 3!}{2^2} + \dots + \frac{n \cdot (n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$

2. Решити једначину $z^5 + 32 = 0$.

3. а) Одредити једначину праве p која садржи тачке $A(5, 2, 3)$ и $B(1, 4, 2)$;

- б) Одредити једначину равни α која садржи тачку $C(3, 1, 3)$ и нормална је на праву p .

4. Наћи полуосе, жиге, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $\mathcal{H} : \frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$. Скицирати $\mathcal{H}$.

5. Израчунати а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^3 + 3n - 4}{n^3 + n - 3} \right)^{5n^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x + \ln(1 + 6x) - (1 + \sin 3x)^2}{x}$.

6. Одредити y''_x параметарски задате функције $x = e^{-t}$, $y = e^{2t}$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$.

8. Израчунати $\int x e^x \sin x \, dx$.

9. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y = 2x^2 + 1$ и $y = x^2 + 10$.

10. Израчунати $\int_{-\infty}^0 e^{x+e^x} \, dx$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.

Студенти који поправљају други колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 1, 3, 5, 7, 8 и 9.

Писмени испит из Математике 1 – 01.02.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 0$ важи $133 \mid 11^{n+2} + 12^{2n+1}$.

2. Одредити $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је $z = e^{i\pi \frac{-1-i}{3}}$.

3. Дати су вектори $\vec{a} = (0, 2, 4)$, $\vec{b} = (4, -1, 3)$ и $\vec{c} = (2, 1, 3)$. Израчунати:

- а) $\|\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}\|$; б) $\vec{a} \times \vec{c}$; в) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Одредити једначине тангенти на $y^2 = x$ у пресечним тачкама са $3y^2 = 2(x + 2)$.

5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n+1)}{n^3}$.

6. Израчунати извод функције $f(x) = (\sin x)^{\operatorname{arctg} 2x}$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$.

8. Израчунати $\int \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt[3]{2x-3}+1} \, dx$.

9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом око y -осе фигуре ограничене са $xy = 6$ и $x + y - 7 = 0$.

10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1-5, други 6-10, а цео испит 2,4,5,7,8,9.

Други колоквијум из Математике 1 – 19.01.2019. године

1. Развити функцију $f(x) = e^{x-x^3}$ у Тејлоров полином степена 4 у околини тачке $x_0 = 0$.

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x-3) \cdot \ln^2(x-3)$.

3. Израчунати $\int \frac{4x^2 - 9x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4} dx$.

4. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y^2 = x$ и $3y^2 = 2(x + 2)$.

5. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^{+\infty} (x^2 + x - 1)e^{-x} dx$.

Први колоквијум из Математике 1 – 25.11.2018. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}$.

2. Решити једначину $z^4 + 1 + i\sqrt{3} = 0$.

3. Одредити једначину хиперболе H ако је права $t: x + 2y - 1 = 0$ њена тангента, а праве $a_{1/2}: x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}y$ њене асимптоте.

4. Испитати међусобни положај правих $p: \frac{x+3}{4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2}$ и $q: x + y - z = 0, x + 2y = 5$.

5. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+1} + 5^{n+1}}{3^n - 5^n}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1+x)^6}{\sin x}$.

2 МАТЕМАТИКА 1 - 2017/2018

Писмени испит из Математике 1 – 24.09.2018. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n}.$$

2. а) Да ли су тачке $A(0, 1, 2)$, $B(2, 1, 0)$, $C(2, 1, 2)$ и $D(1, 2, 1)$ копланарне?
б) У каквом се међусобном положају налазе праве AB и CD ?

3. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{2n^2} + \frac{n+1}{2(n^2+1)} + \frac{n+1}{2(n^2+2)} + \dots + \frac{n+1}{2(n^2+n)} \right)$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln(\ln^2 x - \ln x + 1)$.

5. Израчунати интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x - 3\sqrt[3]{x+2}} dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 19.09.2018. године

1. Решити једначину $z^5 - \frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i = 1$.

2. Одредити једначину заједничке нормале, као и растојање између мимоилазних правих $p: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и $q: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

3. Израчунати интеграл $\int (x^2 + 3x - 4) \sin 2x dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $x = 2y^2 + 1$ и $x = y^2 + 10$.

Писмени испит из Математике 1 – 22.08.2018. године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i} \right)^7$.

2. Одредити једначину равни α која садржи тачке $A(1, 2, 3)$, $B(2, 1, 3)$ и $C(3, 2, 1)$. Одредити затим једначину нормале n из тачке $N(12, 23, 31)$ на раван α .

3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \frac{1}{e^{\frac{2x}{3x+9}} - 1}$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1}$.

5. Израчунати интеграл $\int \frac{2x^3 + 4x^2 - 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 04.07.2018. године

1. Решити једначину $z^5 = \sqrt{3} - i$.

2. Одреди једначину праве q која садржи тачку $Q(0, -1, -4)$ и сече праву $p : x + y + z - 3 = 0$, $2y - z - 14 = 0$ под углом $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Одредити затим раван α која садржи праве p и q .

3. Израчунати интеграл $\int \frac{\sin 2x + \cos x}{\sin^2 x + 1} dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x + 1)^3 \sqrt[3]{x^2}$.

5. Дата је елипса $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Одреди запремину тела које настаје ротацијом ове елипсе око:

(а) x -осе; (б) y -осе.

Која од добијених запремина је већа?

Писмени испит из Математике 1 – 20.06.2018. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$.

2. Одреди једначину нормале из пресечне тачке правих $p : x + y - z = 0$, $y + 2z = 7$ и $q : \frac{x+6}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z+3}{1}$ на раван $\alpha : 2x - 3y + z - 1 = 0$.

3. Израчунати интеграл $\int \frac{\sin x}{\cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}} dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x \sqrt[3]{(x+1)^2}$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог кривама $y = |x|$ и $y = \frac{2}{1+x^2}$.

Писмени испит из Математике 1 – 17.02.2018. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 0$ важи $59 \mid 5^{n+2} + 26 \cdot 5^n + 8^{2n+1}$.

2. Одреди реални и имагинарни део комплексног броја $z = e^{e + \frac{\pi(-1 - i\sqrt{3})}{6}i}$.

3. Наћи полуосе, жиже и ексцентрицитет елипсе $4(x-2)^2 + 9(y+1)^2 = 36$.

4. Одреди реалан параметар λ тако да се праве $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$ и $q : \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{0}$ секу, а затим одреди једначину равни α која садржи те две праве.

5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 4 + 9 + \dots + n^2}{n^3}$.

6. Одредити константе a и b тако да је функција $f(x)$ непрекидна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{x}, & x < 0; \\ a \cos(\pi x) + b, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{6x^4 - 6}{x^2 + 2x - 3}, & x > 1. \end{cases}$$

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+2)^2}$.

8. Израчунати $\int \ln(x^2 + 4) dx$.

9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом $y = \sin x$, $y = \pi x - x^2$ око праве $y = 0$.

10. Израчунати $\int_0^{+\infty} \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx$.

Студенти који полажу само први део раде задатке 1,2,3,4 и 5.

Студенти који полажу само други део раде задатке 6,7,8,9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 1,4,5,7,8 и 10.

Писмени испит из Математике 1 – 31.01.2018. године

- Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$.
- Решити једначину $z^3 = 1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$.
- Одреди једначине тангенти из тачке $A(-8, 2)$ на криву $4x^2 + 9y^2 = 36$.
- Одреди једначину заједничке нормале мимоилазних правих $p: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$ и $q: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.
- Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2+1}{2n-3} - \frac{n^2+\frac{1}{2}}{n-2} \right)$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin 3x)}{(1+x)^2-1}$.
- Израчунати $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{\frac{10}{x+1}} - x)$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctg \frac{x+1}{x}$.
- Израчунати $\int \frac{1}{(1+x)^2} \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} dx$.
- Израчунати запремину тела насталог ротацијом $y = x^2 + x - 6$, $x - y - 2 = 0$ око x -осе.
- Израчунати $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2}$.

Студенти који полажу само први део раде задатке 1,2,3,4 и 5, други део 6,7,8,9 и 10 а цео испит 1,2,4,7,8 и 9.

Други колоквијум из Математике 1 – 21.01.2018. године

- а) Израчунати извод функције $f(x) = x^{\sin x}$.
б) Израчунати извод имплицитно задате функције $y = y(x)$ ако је $5y^2 + \cos x \sin^2 y = (3x+5)^2$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$.
- Израчунати $\int \frac{x^5+4x^3+2x-1}{x^2(x^2+1)} dx$.
- Израчунати површину lika у равни ограниченог кривама $y^2 = 9 - 3x$, $y = -\frac{1}{2}x + 3$ и $y = 0$.
- Израчунати $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{e^{-x}+e^x}$.

Први колоквијум из Математике 1 – 02.12.2017. године

- Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\left(1 - \frac{9}{2^2}\right) \left(1 - \frac{9}{5^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{9}{(3n-1)^2}\right) = -\frac{3n+2}{2(3n-1)}$.
- Одреди реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}i}{2-2i}\right)^{2020}$.
- Наћи једначине тангенти на елипсу $2(x-3)^2 + 8(y+1)^2 = 32$ у пресечним тачкама са правом $x - 2y - 1 = 0$.
- Дати су вектори $\vec{a} = (7, 6, -6)$, $\vec{b} = (6, 2, 9)$ и $\vec{c} = (-6, 9, 2)$.
а) Испитати да ли су ови вектори копланарни.
б) Наћи запремину паралелепипеда конструисаног над ова три вектора.
в) Да ли је тај паралелепипед коцка?
- Одредити следеће граничне вредности:
а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5n^3+2}{5n^3} \right)^{n^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3-2x+x^2} - \sqrt{x^2-x+1}}{2x-x^2}$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3 2017, 25.09.2017.године

1. Решити једначину $z^3 = \sqrt{\sqrt{3} - 3i}$.
2. Нека су A и B додирне тачке тангенти на параболу $y^2 = -8x$ из тачке $M(1,1)$. Одредити површину троугла ABO ако је O координатни почетак.
3. Одредити константе a и b тако да је функција $h(x)$ непрекидна

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{x}, & x < 0; \\ a \cos x + b, & 0 \leq x \leq \pi; \\ \frac{1}{\pi^3} \frac{x^4 - \pi^4}{x - \pi}, & x > \pi. \end{cases}$$

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\ln(-x)}{\sqrt{-x}}$
5. Израчунати $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - x - 1}{x^2 + 4x + 4} dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2 2017, 20.09.2017.године

1. Израчунати $z = \sqrt[4]{-1 + i}$.
2. Одредити једначину нормале из тачке $A(2, 3, -1)$ на раван $\alpha: 2x + y - 4z + 5 = 0$.
3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције

$$f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}.$$

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x^2 - 1)^3$
5. Израчунати $\int (x^2 + x + 1)e^{3x} dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1 2017, 23.08.2017.године

1. Решити једначину $z^4 = 16i$.
2. Одредити једначину равни равни α која садржи праву $p: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{2}$ и нормална је на раван $\beta: 3x - z + 2017 = 0$.

3. Одредити граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg} x}{\ln(1 + \pi x)}$.

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{x - 1}$

5. Израчунати $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (x^2 + 2) \sin x dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – јул 2017, 05.07.2017.године

1. Израчунати $z = (-3 + i\sqrt{3})^{10}$.
2. Одредити једначину равни равни која садржи тачку $M(-1, 0, 3)$ и нормална је на праву $q: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
3. Одредити константе a и b тако да је функција $h(x)$ непрекидна

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin 8x}{e^{2x} - 1}, & x < 0; \\ a \cos x + b, & 0 \leq x \leq \pi; \\ 2 + \log \frac{x}{\pi}, & x > \pi. \end{cases}$$

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2}$
5. Израчунати $\int (x^3 - 2x^2 + x + 2) \log(2x) dx$.

1. Решити једначину $z^3 = \sqrt{1 - i\sqrt{3}}$
2. Нека су A и B додирне тачке тангенти на параболу $y^2 = -8x$ из тачке $M(1,1)$. Одредити површину троугла ABO ако је O координатни почетак.
3. Одредити константе a и b тако да је функција $h(x)$ непрекидна

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{x}, & x < 0; \\ a \cos x + b, & 0 \leq x \leq \pi; \\ \frac{1}{\pi^3} \frac{x^4 - \pi^4}{x - \pi}, & x > \pi. \end{cases}$$

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\ln(-x)}{\sqrt{-x}}$
5. Израчунати $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - x - 1}{x^2 + 4x + 4} dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – фебруар 2017, 18.02.2017.године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{182}$.
2. Доказати да је: $\left(1 - \frac{4}{1}\right) \left(1 - \frac{4}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{4}{(2n-1)^2}\right) = \frac{1+2n}{1-2n}$, за свако $n \in \mathbb{N}$.
3. Одредити површину троугла који одређују асимптоте хиперболе $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и права $9x + 2y - 24 = 0$.
4. Испитати међусобни положај правих $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ и $q: \frac{x+5}{-3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
5. Одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \dots + \frac{n-1}{n^2+1} \right)$.
6. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-4x)}{1 - \left(1 + \frac{x}{\pi}\right)^{16}}, & x \leq 0 \\ \arctg \frac{1}{1-x}, & 0 < x < 1 \\ \pi\sqrt{x+8}, & x \geq 1. \end{cases}$
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.
8. Израчунати $\int \frac{x^3 - x^2 + 6x - 5}{x^2 + 4} dx$.
9. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $(y+1)^2 = 2x+8$ и $x-y=1$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)\arctg^2 x}$.

МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2017, 01.02.2017.године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број n важи $17|6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$.
2. Одредити сва решења једначине $\frac{1}{z^4} = i$.
3. Одредити једначине тангенти на елипсу $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$ које садрже жижу праболе $y^2 = 8x$.
4. Одредити једначину праве q која садржи тачку $Q(-3, 1, 2)$, паралелна је са равни $\alpha: 4x - y + 2z - 5 = 0$ и која сече праву $p: \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
5. Одредити граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2+n+1}{n^2-n-1} \right)^{n^2}$
6. Испитати да ли је дата функција непрекидна и ако није одредити тип прекида

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - 2 \cos x}{x^2}, & x < 0 \\ \sqrt{2}, & x = 0 \\ \frac{\frac{1}{25}((1+x)^{25} - 1)}{\sin x}, & x \in (0, \frac{1}{3}) \end{cases}$$

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctan \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$.
8. Израчунати интеграл $\int \log \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx$.
9. Одредити запремину тела добијеног ротацијом криве $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{x^3 + 1}}$, $x \in [0, 1]$ око x -осе.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$.

4 МАТЕМАТИКА 1 - 2015/2016

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3 2016, 28.09.2016.године

1. У скупу комплексних бројева решити једначину $z^6 + 32 = 0$.
2. Кроз тачку $A(1, 2, 3)$ одредити праву p која је паралелна равни $\alpha : x + y + z + 10 = 0$ и која сече праву $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-4}{1}$.
3. Испитати непрекидност функције $f(x) = e^{1-2\frac{1}{x-2}}$.
4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x^2 \ln x$.
5. У тачки $P(2, 2)$ параболе $y^2 = 2x$ конструисана је тангента. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене овом тангентом, параболом и x -осом.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2 2016, 21.09.2016.године

1. Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = (-1 - i\sqrt{3})^{2016}$.
2. Доказати да се праве $p : \frac{x-6}{1} = \frac{y+10}{-2} = \frac{z-1}{0}$ и $q : \frac{x+4}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-7}{2}$ секу, а затим одредити растојање пресечне тачке од равни $\alpha : 3x + 4y - 12z - 10 = 0$.
3. Одредити константу A тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} A \cos 2x - \sqrt{2}, & x \leq 0, \\ \frac{(1+x)^{\sqrt{2}} - 1}{x}, & x > 0. \end{cases}$$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x}$.
5. Израчунати $\int \sin 3x e^{-x} dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1 2016, 24.08.2016.године

1. Решити једначину $(1 + i\sqrt{3})z^6 + i - 1 = 0$.
2. Израчунати површину троугла одређеног асимптотама хиперболе $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и правом $9x + 2y - 24 = 0$.
3. Одредити тачке прекида функције $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sin x}, & x \neq 0; x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2, & x = 0 \\ 0, & x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$, као и њихов карактер.
4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1}$.
5. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене кривом $y = e^{-x}$ и полуправом $y = 0$ за $x \geq 0$ око x -осе.

МАТЕМАТИКА 1 – јул 2016, 06.07.2016.године

1. Решити једначину $z^5 - 3i = 0$.
2. Дата је права $p : 2x + y - 4 = 0$ и елипса $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$. Ако су A и B пресечне тачке праве p са елипсом, одредити праву која садржи средиште дужи AB и паралелна је тангенти на елипсу у тачки A .
3. Одредити граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \frac{1}{2} \sin x)}{2x}$.

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (1-x)e^{\frac{-1}{x+1}}$.

5. Израчунати $\int \frac{x^2 - x + 33}{x^3 + 2x^2 + 9x + 18} dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – јун 2016, 22.06.2016.године

1. Представити комплексан број $z = \left(\frac{2}{1+i\sqrt{3}}\right)^{1996}$ у алгебарском запису.

2. Одредити заједничку нормалу и растојање између у мимоилазних правих $p: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$ и $q: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

3. Одредити константу A тако да је функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{2+7x}-\sqrt[3]{2}}{\sin x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки $x = 0$.

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x-1}}.$$

5. Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $y = \frac{2}{x}$, $y = x^2$, $x = 1$ и $x = 2$.

МАТЕМАТИКА 1 – фебруар 2016, 20.02.2016.године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{2016}$.

2. Доказати да је: $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$, за свако $n \in \mathbb{N}$.

3. Наћи полуосе, ексцентрицитет, координате жижа и центра, као и једначине директриса и асимптота хиперболе

$$\mathcal{H}: \frac{(x+3)^2}{5} - \frac{(y-2)^2}{2} = 1.$$

4. Одредити једначину равни која садржи праву $l: \frac{x}{1} = \frac{y+10}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и нормална је на раван $\alpha: x+y+2z = 2$.

5. Одредити граничне вредности: (а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin(8x)}$, (б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}\right)$.

6. Одредити вредност параметра α тако да је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{\sin(\alpha x)}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ непрекидна.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x}{1 + \ln x}$.

8. Израчунати $\int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx$.

9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене линијама $xy = 4$, $y = 0$ за $x \geq 1$, око x осе.

10. Одредити суму реда: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-2}{5}\right)^n$. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^3-1}$.

МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2016, 03.02.2016.године

1. Нека је $z = \frac{\sqrt{3}-i}{-1+i}$. Представити z у тригонометријском облику, и израчунати z^{1440} .

2. Доказати да $7|11^{n+1} + 5^{2n-1}$, за свако $n \in \mathbb{N}$.

3. Одредити једначине тангенти на елипсу $\varepsilon: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 2$ у пресечним тачкама са правом $y = 3$.

4. Дате су праве $p: x+y+2z-2=0$, $2x-3y-z+1=0$ и $q: \frac{x-2}{\lambda} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-5}{1}$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Одредити вредност реалног параметра λ за који се праве p и q секу, као и њихову пресечну тачку.

5. Одредити граничну вредност низа чији је општи члан дат са

$$a_n = \frac{n}{(n+1)^2} + \frac{n}{(n+1)^2+2} + \frac{n}{(n+1)^2+4} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2+2n}.$$

6. Одредити вредност параметра A тако да је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{e^{x^2}-1}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$ непрекидна.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{2x^2+x+1}{e^x}$.

8. Израчунати $\int \frac{\ln(x^2-x)}{(x+1)^2} dx$.

9. Израчунати површину lika у равни, ограниченог кривама $y = \frac{x^3}{3}, y = -\sin x, x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$.

10. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-n}{2n-1} \right)^{3n}$.

МАТЕМАТИКА 1 – други колоквијум, 21.01.2016.године

1. Испитати непрекидност функције $h(x)$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x}-1}{\operatorname{arctg} x} & x < 0; \\ \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} x \right) & 0 \leq x < 1; \\ 2 \sin x + 3 & x \geq 1. \end{cases}$$

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$.

3. Израчунати $\int \frac{-17x-1}{(x-3)(x^2+4x+5)} dx$.

4. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом lika у равни ограниченог кривама $y = 0, x = \frac{\pi}{4}$ и $y = \operatorname{tg} x$ око Ox -осе.

5. Израчунати $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – први колоквијум, 28.11.2015.године

1. Одредити $Re z, Im z, |z|, \arg z$ и $\bar{z}$ ако је $z = e^{3 - \frac{\pi(1+i\sqrt{2})i}{6}}$.

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи

$$2 + 7 + 14 + \dots + (n^2 + 2n - 1) = \frac{1}{6}n(2n^2 + 9n + 1).$$

3. Испитати да ли су тачке $A(1, 0, -5), B(2, -3, 3), C(-1, -2, 0)$ и $D(9, 0, -4)$ копланарне.

4. Наћи полуосе, жиге, ексцентрицитет елипсе $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{2} = 1$. Одредити тангенте на елипсу из тачке $M(4, -3)$.

5. Одредити граничне вредности (не користећи Лопиталова правила)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \operatorname{tg} x}{\ln(1+3x)}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + n^2}{n^3 + n + 1} \right)^{-3n^2+6}.$$

5 МАТЕМАТИКА 1 - 2014/2015

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3 2015.године

1. Решити једначину $z^4 + \frac{i-1}{i+1} = 0$.

2. Одредити продор праве $p: \frac{x}{0} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$ кроз раван $\beta: 2x - y - 2z = 0$, а затим одредити једначину равни α која садржи праву p и нормална је на раван β .

3. Детаљно испитати функцију $f(x) = xe^{x^2}$ и скицирати њен график.

4. Израчунати $\int_0^{e-1} \ln^2(x+1)dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2 2015.године

- Одредити граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{\sqrt[3]{1+5x}-1}$.
- Одредити једначину равни α која садржи праву $p: \frac{x-2\sqrt{3}}{0} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$ и нормална је на раван $\beta: 4\sqrt{3}x + 2y - 3z - 2015 = 0$.
- Детаљно испитати функцију $f(x) = \arctg\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ и скицирати њен график.
- Израчунати $\int_1^{e^2} \ln^2 x dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1 2015.године

- Одредити реални део, имагинарни део, модуо и аргумент комплексног броја $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{1-i}$.
- Дата је раван $\alpha: y + 2z - 1 = 0$ и праве $p: \frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{2}$ и $q: \frac{x+8}{-3} = \frac{y+9}{-3} = \frac{z-10}{4}$. Ако је тачка A пресек праве p и равни α , тачка B пресек праве q и равни α , тачка C пресек правих p и q и тачка $D(6, 1, 2)$, одредити запремину тетраедра $ABCD$.
- Детаљно испитати функцију $f(x) = x^2 e^x$ и скицирати њен график.
- Одредити површину ограничену кривама $x = y^2$ и $x^2 + 3y^2 = 4$.

МАТЕМАТИКА 1 – јул 2015.године

- Одредити жижу, директрису и теме параболе $y = (x+2)^2$. Скицирати!
- Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$, а затим испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ ако је:
 - $a_n = n \left(e^{-\frac{2}{n}} - 1 \right)$
 - $a_n = (-1)^{n+1} (\sqrt{2n} - \sqrt{2n-1})$.
- Дата је функција $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$.
 - Детаљно испитати функцију $f(x)$ и скицирати њен график.
 - Представити функцију $f(x)$ Тејлоровим полиномом 2. степена у околини тачке $x_0 = 1$.
 - Израчунати запремину тела добијеног ротацијом криве $y = f(x)$, $x \in [1, 2]$ око x -осе.

МАТЕМАТИКА 1 – јун 2015.године

- Представити комплексан број у Ојлеровом запису $z = \left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}} \right)^5$.
- Одредити једначину равни α која је нормална на раван $\beta: 2x - y + 5z - 1 = 0$ и садржи праву $p: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{0}$, а затим одредити параметарску једначину праве $q = \alpha \cap \beta$.
- Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ и скицирати њен график.
- Израчунати вредност одређеног интеграла $\int_0^{\pi} 2^x \sin x dx$.

1. Решити једначину $z^5 + \frac{\sqrt{3}+3i}{5}$.
2. Наћи граничну вредност функција:
 а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3-x+x^2} - \sqrt{2+5x+x^2})$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^x}{\sin \frac{2x}{5}}$
3. Написати једначину праве n која садржи тачку $A(1, 2, -1)$ и нормална је на раван $\alpha : 2x + y - 5z + 7 = 0$.
4. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 + \cos \frac{1}{n}\right)$.
5. Испитати непрекидност функције

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x^2+x}, & x \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \\ 2 + \sin \frac{3\pi x}{2}, & x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right] \\ \ln(x^3 + e), & x \in (0, 2] \\ \frac{1}{x^2-4x+4} + 1, & x \in (2, +\infty) \end{cases}$$

у тачкама $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = 0$, и $x_3 = 2$. Одредити тип прекида.

6. Детаљно испитати функцију $f(x) = e^{-x}\sqrt{x-2}$ и скицирати њен график.
7. Израчунати интеграл $\int \frac{dx}{x^3+8}$.
8. Одредити запремину тела насталог ротацијом криве $x = y^2 + 1$, $x + y = 3$ око y -осе.

МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2015. године

1. Одредити $Re\ z$, $Im\ z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је

$$(a) \ z = e^{3 - \frac{\pi(1-i\sqrt{3})i}{6}}. \quad (b) \ z = \frac{2i+1}{3i-5},$$

2. Дате су права $p : \frac{x+1}{0} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{3}$ и раван $\alpha : 2x - 2y + z - 2 = 0$. Одредити тачку продора M праве p кроз раван α , а затим одредити раван β која садржи тачку M и нормална је на праву p . Колики угао заклапају равни α и β ?
3. Наћи полуосе, жиге, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $(x-2)^2 - 4(y+1)^2 = 1$.
4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-3}{n+3}\right)^{n(n-2)}$.
5. Одредити константу a тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у $x_0 = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} - x) & x < 0; \\ 1 - e^{\sin(\ln(x^4+a))}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Представити функцију $f(x)$ Тејлоровим полиномом 2. степена у околини тачке $x_0 = -1$.

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{3x^2}{\ln x}$.
7. Израчунати $\int (x^2 + 3) \ln^2 x \, dx$.
8. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y = |x+1| - 2$, $y = (x+1)^2 - 4$.

Matematika 1 - drugi kolokvijum

15.01.2015.

1. Одредити константу a тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у $x_0 = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} - x) & x < 0; \\ 1 - e^{\cos(\ln(x^4+a))}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Представити функцију $f(x)$ Тејлоровим полиномом 2. степена у околини тачке $x_0 = -1$.

- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$.
- Израчунати $\int (x^2 + 4) \ln^2 x \, dx$.
- Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y = |x + 1| - 2$, $y = (x + 1)^2 - 4$.

Matematika 1 - prvi kolokvijum

22.11.2014.godine

- Одредити $Re \, z$, $Im \, z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је

$$(a) \, z = e^{2 - \frac{\pi(1-i\sqrt{5})i}{3}}.$$

$$(b) \, z = \frac{3i+5}{2i-1},$$

- Математичком индукцијом показати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $n! \leq n^n$.
- Дате су права $p: \frac{x+1}{0} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{3}$ и раван $\alpha: 2x - 2y + z - 2 = 0$. Одредити тачку продора M праве p кроз раван α , а затим одредити раван β која садржи тачку M и нормална је на праву p . Колики угао заклапају равни α и β ?
- Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $9(x-2)^2 - (y+1)^2 = 1$.
- Нека је $a_n = \frac{\sin(1/n)}{\sqrt{n}}$, $n \in \mathbb{N}$. Одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$.

6 МАТЕМАТИКА 1 - 2013/2014

МАТЕМАТИКА 1 – октобар, 2014.године

- Нека је $a_n = \left(\frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}-1} \right)^{2\sqrt{n}}$, $n \in \mathbb{N}$. Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. Да ли ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира и зашто?
- Написати једначину хиперболе чије су асимптоте праве $p: y = 2x$ и $q: y = -2x$, а права $t: 6x - 5y + 8 = 0$ је њена тангента.
- Одредити асимптоте функције $f(x) = \frac{x}{1-e^x}$.
- Парцијалном интеграцијом израчунати $\int x \cos(\ln x) \, dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3, 2014.године

- Испитати монотоност низа $a_n = \frac{2n}{n-1}$.
- Написати једначину равни α која садржи тачку $A(1, 0, 4)$ и нормална је на праву $n: y-z-5=0$, $2x+y+7=0$.
- Наћи интервале закривљености и превојне тачке функције $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$.
- Осенчити и израчунати површину равног лика ограниченог кривама $x^2 + y^2 = 1$, $y = -1$ и $4y = 4 - x^2$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2, 2014.године

- Решити једначину $z^5 = \frac{3}{2}(\sqrt{3} + i)$.
- Одредити граничне вредности:

$$(a) \, \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 - 3} \right)^{-3n^3}, \quad (b) \, \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}).$$

- Одредити вредност константе A тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x > 0 \\ A, & x = 0 \\ \frac{2\lg x}{x}, & x < 0. \end{cases}$$

4. Израчунати $\int \frac{3t^2 + 2t - 7}{(t-3)(t^2+4)} dt$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1, 2014.године

1. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(2n-1)2n(2n+1)(2n+2)}}$.
2. Дате су праве $a : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-10}{5}$ и $b : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{0} = \frac{z-7}{1}$. Доказати да се праве a и b секу. Одредити растојање пресечне тачке од равни $\gamma : 2x - y - 2z - 8 = 0$.
3. Одредити извод (по x) параметарски задате функције $x = 6t + 2\sin 3t$, $y = 4\sin^2 \frac{3}{2}t$.
4. Дата је функција $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 14x - 6}{4x^2}$.
 - (а) Одредити асимптоте графика функције $f(x)$.
 - (б) Одредити локалне екстремуме функције $f(x)$ и интервале на којима функција расте односно опада.

МАТЕМАТИКА 1 – јул 2014.године

1. Наћи граничну вредност функција:
 - а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2} - \sqrt{2+3x+x^2})$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.
2. Наћи једначине тангенти на параболу $y = x^2$ у пресечним тачкама са правом $p : x - y + 2 = 0$.
3. Израчунати извод имплицитно задате функције $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{4}} = 1$.
4. Израчунати интеграл $\int \frac{x^3+1}{x^2-4} dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – јун 2014.године

1. Решити једначину $z^5 = 1 - i\sqrt{3}$.
2. Написати једначину праве p која је нормална на раван $\alpha : 2x + y + 2z = 0$ и садржи тачку $S(1, -9, -1)$. Одредити тачку продора праве p кроз раван α .
3. Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+3x-4}}$ и скицирати њен график.
4. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $x = y$ и $x = y^3$.

Matematika 1 - februar 2014.

13.02.2014.

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број n важи $6 \mid 5(n^3 - n + 2 \cdot 5^{n-1}) + 2^{n+2}$.
2. Одредити граничне вредности: (а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-1} - \sqrt[3]{x^3+1}}{2x}$, (б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\operatorname{tg} \frac{x}{3}}$.
3. Одредити раван α која заклапа једнаке углове са равнима $\beta : x + 2y - 2z + 2 = 0$ и $\gamma : 2x + y + 2z - 5 = 0$ и садржи пресечну праву.
4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-3}{n-1} \right)^{(n-2)(n-4)}$.
5. Одредити извод (по x) параметарски дате функције $x(t) = 3t - \sqrt{2}\sin 2t$, $y(t) = \frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos 2t$.

6. (а) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = 3 \sin \frac{x}{2}$.
 (б) Израчунати површину lika у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = -\sqrt{2\pi x - x^2}$.
 (в) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом lika у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = 0$ око y -осе.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \sin^3 2x \cos^2 x \, dx$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4
Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7

Matematika 1 - februar 2014.

13.02.2014.

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број n важи $6 \mid 2^{n+2} + 5(n^3 - n + 2 \cdot 5^{n-1})$.
2. Одредити граничне вредности: (а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt[3]{x^3 + 1}}{2x}$, (б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\operatorname{tg} \frac{x}{7}}$.
3. Одредити раван α која заклапа једнаке углове са равнима $\sigma : x + 2y - 2z + 1 = 0$ и $\pi : 2x + y + 2z - 6 = 0$ и садржи пресечну праву.
4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-3}{n-1} \right)^{(n-2)(n-4)}$.
5. Одредити извод (по x) параметарски дате функције $x(t) = 3t - \sqrt{3} \sin 5t$, $y(t) = \frac{3}{5} - \sqrt{3} \cos 5t$.
6. (а) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = 3 \sin \frac{x}{2}$.
 (б) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом lika у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = 0$ око y -осе.
 (в) Израчунати површину lika у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = -\sqrt{2\pi x - x^2}$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \sin^3 x \cos^2 2x \, dx$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4
Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7

МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2014.године

1. а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = e^{\sqrt{3} + \frac{43\pi}{6}i}$.
 б) Решити једначину $z^6 + \frac{2}{1+i} = 0$.
2. Наћи граничну вредност функција:
 а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 6} - \sqrt{x^2 + 2x + 6}}{x^2 + 4x + 3}$ б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - \sin 3x}{x^2 + 100}$
3. Написати једначину праве која припада равни $\alpha : x + z = 0$, садржи тачку $S(3, -17, -3)$ и са равни $\beta : 2x + y + z = 0$ заклапа угао $\frac{\pi}{6}$.
4. Испитати конвергенцију реда са позитивним члановима $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right)$
5. Испитати непрекидност функције

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x+4}, & x \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \\ \cos 3\pi x, & x \in \left[-\frac{4}{3}, 0\right] \\ \ln(x+e) - 2, & x \in (0, 5] \\ \frac{1}{x-5} + 1, & x \in (5, +\infty) \end{cases}$$

у тачкама $x_1 = -\frac{4}{3}$, $x_2 = 0$, и $x_3 = 5$. Одредити тип прекида.

6. Детаљно испитати функцију $f(x) = \ln \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 1}} \right)$ и скицирати њен график.
7. Израчунати интеграл $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x + \sin^4 x} \, dx$.
8. Одредити запремину тела насталог ротацијом криве $y = \sqrt{x-1}$, $y = 0$, $x + y = 3$ око праве $y = 2$.

Математика 1 - други колoквijум

25.01.2014.

1. Одредити константу a тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{\sqrt{4-x^2}-2}, & x < 0; \\ a \cos \pi x - 24(x+2), & x \geq 0. \end{cases}$$

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5} + 3$.

3. Израчунати $\int \frac{3x^2 + 4x + 17}{x^3 + x^2 - 5x - 21} dx$.

4. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y = \frac{2}{x^2+1}$ и $y = 3 - 2x^2$.

5. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\int_0^\infty e^{-x} \cos x dx$.

Математика 1 - први колoквijум

30.11.2013

1. Одредити $Re\ z$, $Im\ z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је

$$(a) \ z = \frac{2i-1}{3i+2}, \quad (b) \ z = (\sqrt{3} - i)^{41}.$$

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $9|4^n + 6n - 1$.

3. Одредити продор праве p кроз раван $\alpha : 3x - 4y + 5z - 25 = 0$, ако права p садржи тачку $P(7, -9, 11)$ и паралелна је са правом $q : \frac{x-30}{2} = \frac{y-11}{-2} = \frac{z-2013}{3}$.

4. Дата је парабола $(y - 3\sqrt{3})^2 = 12(x + 3)$. Одредити једначину тангенте t на параболу у тачки $A(-2, \sqrt{3})$. Колики угао заклапа тангента t са правом AF ако је F жижа параболе?

5. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^\infty (-1)^n (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$.

7 МАТЕМАТИКА 1 - 2012/2013

Математика 1 - октобар 2013

11.09.2013.

1. Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 - 4n + 5} \right)^{2n+3}$.

2. Одредити (све) пете корене из $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$.

3. Одредити једначину тангенти на хиперболу $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$, које су паралелне правој $x + y - 2013 = 0$.

4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^\infty \frac{3^n (2n)!!}{((n+1)!)^2 (2n+3)}$.

5. Одредити вредност константе C , тако да f буде непрекидна функција.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1-\frac{x}{2}}}{2x}, & x < 0; \\ C, & x = 0; \\ \frac{\ln(1+4x)}{1-e^{3x}}, & x > 0. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(t) = \frac{t+2}{t^2-5}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{t^2 - 5t - 10}{t^3 - 2t^2 + 4t - 8} dt$.

8. Одредити вредност одређеног интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 2x \, dx$.

Студенти који полазху само први део раде задатке 1,2,3 и 4

Студенти који полазху само други део раде задатке 5,6,7 и 8

Математика 1 - септембар 3 2013

23.09.2013.

1. Математичком индукцијом доказати да за све природне бројеве $n \geq 0$ важи $9|n4^{n+1} - (n+1)4^n + 1$.
2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(1 + \cos \frac{3\pi}{5} + i \sin \frac{3\pi}{5})^{103}$.
3. Дате су праве $p: \frac{x-9}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ и $q: \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+7}{9}$. Одредити једначину равни α која садржи праву q и паралелна је правој p . Одредити нормалу n из тачке $M(1, -2, 4)$ на раван α .
4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n!+2}{n!} \right)^{n2^{-n}(2n)!!}$.
5. Израчунати граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$.
6. Испитати ток и скицирати график функције $f(t) = \ln \frac{t-1}{t+2}$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{6x^5 - 9x^2}{x^6 - x^3 + 1} \, dx$.
8. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-2|x|} \, dx$.

Студенти који полазху само први део раде задатке 1,2,3 и 4

Студенти који полазху само други део раде задатке 5,6,7 и 8

Математика 1 - септембар 2013

28.08.2013.

1. Математичком индукцијом доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1)$.
2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (1 + \cos \frac{10\pi}{9} + i \sin \frac{10\pi}{9})^{288}$.
3. Дате су тачке $A(1, 4, 6)$, $B(2, 0, 3)$ и права $p: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{-2}$. Да ли су праве AB и p мимоилазне? Колико је растојање између њих?
4. Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n^3+1}{n^3} \right)^{n-2n^4}$.
5. Испитати непрекидност функције $f(x)$ у тачки $x = 0$ и одредити тип прекида.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}, & x < 0; \\ 3, & x = 0; \\ (1+x^2)^{\operatorname{ctg}^2 x}, & x > 0. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int (x^2 + 5x + 6) \cos 2x \, dx$.
8. Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 1 + \frac{2}{\pi}x$ и x - осом.

Студенти који полазху само први део раде задатке 1,2,3 и 4

Студенти који полазху само други део раде задатке 5,6,7 и 8

Математика 1 - јул 2013

03.07.2013.

1. Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+1)(2 + \cos \frac{n\pi}{3})}{3^n + 1}$.
2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (1 - \frac{\sqrt{3}-i}{2})^{24}$.
3. Одредити једначину елипсе са центром у координатном почетку која додирује праве $6x + y - 20 = 0$ и $-2x + 3y - 20 = 0$. Одредити жиже и ексцентрицитет добијене елипсе.
4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!(4n+3)}{5^n((2n+1)!!)^2}$.
5. Израчунати граничне вредности

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}}{1-x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \frac{x}{2})^{\sqrt{3}}}{\sin 3x}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(t) = t^2 \ln t$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{4t^2 + 5t + 7}{t^3 + t^2 + 2t + 2} dx$.
8. Израчунати несвојствени интеграл $\int_0^{\infty} x e^{-2x} dx$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - jun 2013

24.06.2013.

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број важи $24 \mid n(n+1)(n+2)(n+3)$.
2. Одредити четврте корене из комплексног броја $z = -81$.
3. Испитати узајамни полжај правих $p: x = 1 + 4t, y = 2 - 2t, z = 4 + 6t$ и $q: \frac{x-4}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-12}{1}$.
4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!^2(3n+1)}{2^n(2n)!!(2n+3)}$.
5. Одредити вредност константе C , тако да f буде непрекидна функција.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{6(e^x - 1)}, & x < 0; \\ C, & x = 0; \\ \frac{\ln(1+3x^2)}{9x^2}, & x > 0. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x-2)e^{4x-x^2}$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int (\sin^3 x \cos^2 x + \sin^2 x \cos^3 x) dx$.
8. Дата је елипса $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$. Одредити запремину тела које настаје ротацијом елипсе око:
 - (a) x - осе
 - (b) y - осе

Које од ова два тела има мању запремину?

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - februar 2013

19.02.2013.

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број важи $24 \mid (2n+1)^3 - (2n+1)$.
2. Одредити четврте корене из комплексног броја $z = \frac{1}{1-i\sqrt{3}}$.
3. За коју вредност параметра p је права $2x - y + p = 0$ нормална на елипсу $3x^2 + 4y^2 = 48$.
4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}(\sqrt{n+5}-\sqrt{n})^2}$.

5. Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-1)}{\operatorname{tg} 2x}$.

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln(x^2 - 1) + \frac{1}{x^2 - 1}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{dt}{(t^2 - 4t + 8)^2}$.

8. Израчунати Запремину тела које настаје ротацијом око y - осе lika у равни ограниченог кривама $3y = 9 - x^2$ и $x + y = 3$

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - januar 2013

06.02.2013.

1. Доказати да за три произвољна скупа A , B и C важи једнакост $(A \Delta B) \times C = (A \times C) \Delta (B \times C)$.

2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(i - \sqrt{3})^{213}$.

3. Дата је права p као пресек равни $3x - 4y - 5z + 11 = 0$ и $x - z + 5 = 0$. Одредити једначину равни која је нормална на p и удаљена је за 3 од тачке $M(-2, 1, 3)$.

4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{e^n(n+2)!}$.

5. Израчунати:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \operatorname{ctg} x \right)$;

(б) леви и десни лимес функције $h(x) = [2 + \ln x]$ у тачки $x = e$.

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{dx}{4 + 5 \cos x}$.

8. Израчунати интеграл $\int_{-\infty}^0 e^{3x} \sin 4x \, dx$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - drugi kolokvijum

19.01.2013

1. Одредити константу K тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1+3x}, & x < 0 \\ K, & x = 0; \\ \frac{1+\ln(1+x)}{1+x}, & x > 0. \end{cases}$$

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{-x^2}$.

3. Израчунати интеграл $\int \ln^2 x \, dx$

4. Израчунати интеграл $\int_0^1 \frac{5t^2 + 3t + 7}{t^3 + 2t^2 + 3t + 6} \, dt$

5. Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $x = 0$, $y = 2 - x$ и $y = -\sqrt{x}$.

Matematika 1 - drugi kolokvijum

19.01.2013

- Одредити константу A тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-2x}, & x < 0 \\ A, & x = 0; \\ \frac{1+\sin x}{1+x}, & x > 0. \end{cases}$$

- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{-x^2}$.
- Израчунати интеграл $\int \ln^2 x \, dx$
- Израчунати интеграл $\int_0^1 \frac{5t^2 - 3t + 7}{t^3 - 2t^2 + 3t - 6} \, dt$
- Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $x = 0$, $y = x - 2$ и $y = \sqrt{x}$.

Matematika 1 - prvi kolokvijum

24.11.2012.

- Одредити шесте корене из $\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}$.
- Математичком индукцијом показати да за свако $n \geq 8$ важи $\sqrt{3^n} > n^2$.
- Дате су тачке $A(1, 1, 1)$, $B(3, 2, 3)$, $C(2, 4, 0)$ и $D(2, 2, -2)$. Доказати да су праве AB и CD мимилазне. Одредити растојање између правих AB и CD .
- Одредити једначине заједничких тангенти елипсе $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$ и параболе $y^2 = \frac{20}{3}x$.
- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + n - 1}{n^2 - n - 1} \right)^{n(\frac{n}{6} + 3)}$.

Matematika 1 - prvi kolokvijum

24.11.2012

- Одредити шесте корене из $\frac{1+i}{1-i\sqrt{3}}$.
- Математичком индукцијом показати да за свако $n \geq 8$ важи $\sqrt{3^n} > n^2$.
- Дате су тачке $A(2, 2, 2)$, $B(4, 3, 4)$, $C(3, 5, 1)$ и $D(3, 3, -1)$. Доказати да су праве AB и CD мимилазне. Одредити растојање између правих AB и CD .
- Одредити једначине заједничких тангенти елипсе $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$ и параболе $y^2 = \frac{20}{3}x$.
- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 3n + 1}{n^2 + n + 1} \right)^{n(\frac{n}{4} - 5)}$.

8 МАТЕМАТИКА 1 - 2011/2012

Matematika 1 - septembar 3 2012

24.09.2012

- Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{\sqrt{n^2 + 3} - n}$.
- Одредити модуло и аргумент комплексног броја $(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i)^{216}$.
- Одредити једначину заједничке нормале мимоилазних правих $p: \frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{2}$ и $q: \frac{x-8}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-8}{1}$.
- Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4n+1}{2n(2n+1)}$.

5. Одредити извод функције

(a) $f(x) = (\ln x)^{\operatorname{tg} x}$

(б) $g(t) = \frac{\operatorname{arctg} \frac{t-t}{1+t^2}}{1+t^2}$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{3 + \ln 2(x-5)}{x-5}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{x^3 - 20x + 37}{5 - 4x - x^2} dx$.

8. Одредити вредност одређеног интеграла $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - septembar 2 2012

13.09.2012

1. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^4 + 1}{n^4 - 3} \right)^{3n^2}$.

2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(-3\sqrt{3} - 3i)^{913}$.

3. Одредити једначину елипсе са центром у координатном почетку која додирује праве $x + y - 8 = 0$ и $x + 3y + 16 = 0$. Одредити жиже, кесцентрицитет и полуосе добијене елипсе.

4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{(2n)!}$.

5. Одредити извод функције

(a) $f(t) = (\operatorname{arctg} t)^t$

(б) $g(t) = \frac{1+t\sqrt[3]{t}}{1-t\sqrt[3]{t}}$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x+3)^2 \ln(x+3)$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \sin^2 x \cos 2x dx$.

8. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x dx$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - septembar 1 2012

30.08.2012

1. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{4n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4n^2+2n}} \right)$.

2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(i\sqrt{3} - 1)^{803}$.

3. Дате су праве $p: \frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1}$ и $q: \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}$. Одредити једначину равни α која садржи праву q и паралелна је правој p . Одредити нормалу n из тачке $M(1, 4, -2)$ на раван α . Да ли је права n нормална на q ?

4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}-1)\dots(\sqrt{n}-1)}$.

5. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x < 0; \\ \sin \frac{\pi}{2}x, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{x \ln x}{1-x^2}, & x > 1. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int (3x^2 + 2) \ln^2 x \, dx$.

8. Израчунати површину lika у равни ограниченог кругом $x^2 + y^2 = 8$, параболом $y^2 = 2x$ и лежи у полуравни $x \geq 0$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - jul 2012

06.07.2012

1. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8 \cos \frac{n\pi}{2}}{n^2 + 5}$.

2. Математичком индукцијом доказати да за све природне бројеве важи $9|8n^3 + (2n + 1)^3 + 8(n + 1)^3$.

3. Дате су тачке $A(1, 2, 5)$, $B(3, 0, -1)$, $P(1, 1, -2)$ и $Q(4, 6, 2)$. Одредити једначину равни APQ . Која је запремина паралелепипеда разапетим векторима $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{PQ}$?

4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 3^n}{(4n - 1)!!}$

5. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\operatorname{tg} 2x}, & x < 0; \\ \frac{\ln(1+x)}{\frac{2x+5}{x-1}}, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^{2x}}{x - 5}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{(4x^2 - x + 1)dx}{x^3 + 1}$

8. Израчунати површину ограничену графицима функција $y = |\frac{7}{4} - x|$ и $y = x^2 - 2x + \frac{1}{4}$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4

Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - jun 2012

22.06.2012

1. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(n+3)^3 - (n-1)^3}{(2n+3)^2 - 4n^2} \right)$

2. Дат је комплексан број $z = 3^{\frac{\sqrt{2}}{2}}(1 - i)$. Одередити модуло и аргумент комплексног броја z , као и z^{4219} .

3. Испитати узајамни полжај правих $p: x = -1 + 2t$, $y = 3 - t$, $z = 1 + 3t$ и $q: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$.

4. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 3}{(2n+1)(n-2)} \right)^{\frac{n^2}{3}}$

5. Одредити извод функције

(a) $f(x) = \operatorname{tg}(e^x + 3x^2)$;

(б) $g(t) = t^{\frac{3}{2}} \sin(-3t + 4) \ln(t^2 + 2)$.

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{(x+3)^2}{x-2}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \frac{dx}{x}$

8. Израчунати $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x \, dx$

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4
Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - februar 2012

24.02.2012

- Одредити разлику комплексних бројева $(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^{2402}$ и $(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})^{2012}$.
- Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6^{n+2} - n^3 3^n}{6^n + 2^{2n+1} - 3}$
- Одредити тангенте на елипсу $4x^2 + 9y^2 = 12^2$ које су паралелне правој $2x - 3y + 25 = 0$, као и њихове додирне тачке.
- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!(4n-1)!!}$
- Одредити граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - x^2 - 2 \cos x}{x^4}$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^2 - e^{x^2-3x+2}$.
- Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{3 \sin x \, dx}{3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x}$.
- Израчунати $\int_1^4 (\ln 2x + 1)^2 \, dx$.

Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4
Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8

Matematika 1 - januar 2012

10.03.2012

- Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 5}{n^2 + 3n + 2} \right)^{\frac{4n}{n^2+5}}$
 - Математичком индукцијом показати да за све природне бројеве $n \geq 2$ важи $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$.
 - Дата је права $p: \frac{x-1}{0} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$ и тачке $R(4, 1, 6)$, $S(0, 2, 3)$. Доказати да су праве p и RS мимоилазне, а затим одредити растојање између правих p и RS .
 - Испитати условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$
 - Испитати непрекидност функције $f(x)$ и одредити тип прекида
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+8}{x+2}, & x < -2. \\ -6x, & -2 \leq x \leq 0; \\ \frac{\sqrt{1+x}-1}{4x}, & x > 0; \end{cases}$$
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \cos 2x + \cos x$.
 - Одредити вредност неодређеног интеграла $\int e^{\frac{t}{2}} \sin 2t \, dt$
 - Дата је елипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Одредити запремину тела које настаје ротацијом елипсе око:
 - x - осе
 - y - осе

1. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 2}{n^2 - 5n + 5} \right)^{\frac{4n}{n^2+1}}$
2. Математичком индукцијом показати да за природне бројеве важи $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} > \sqrt{n}$.
3. Дата је права p : $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{0}$ и тачке $M(6, 1, 4)$, $N(3, 2, 0)$. Доказати да су праве p и MN мимоилазне, а затим одредити растојање између правих p и MN .
4. Испитати условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$
5. Испитати непрекидност функције $f(x)$ и одредити тип прекида

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{2x}, & x < 0; \\ x+3, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{x^4-1}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sin 2x + \sin x$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int e^{\frac{t}{2}} \cos 2t \, dt$
8. Дата је елипса $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Одредити запремину тела које настаје ротацијом елипсе око:
 - (а) x - осе
 - (б) y - осе

Која од добијених запремина је већа?

1. Израчунати граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x^2}{x^2 \sin x^2}$
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 4}$.
3. Израчунати интеграл $\int \frac{x^3 - x + 4}{x^4 - 1} \, dx$
4. Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $y = x^2 - 4x$, $y = 1 - |x - 1|$ и $x = -3$.
5. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty} (x^2 + 1)e^{-2x} \, dx$

1. Израчунати граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x^2}{x^2 \sin x^2}$
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$.

3. Израчунати интеграл $\int \frac{x^3 + 4x^2 - x}{x^4 - 1} dx$
4. Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $y = 4x - x^2$, $y = |x - 1| - 1$ и $x = 3$.
5. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty} (x^2 + 1)e^{-3x} dx$

Matematika 1 - prvi kolokvijum

10.12.2011

1. Доказати да за скупове $A, B \subseteq X$ важи $A \triangle B = A^C \triangle B^C$.
2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \geq 0$ важи $19 | 7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n$.
3. Дате су тачке $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, -1)$, $C(4, 1, 5)$ и $D(0, 2, 2)$. Одредити координате подножја нормале из A на раван BCD . Израчунати запремину тетраедра $ABCD$.
4. Одредити једначину елипсе са центром у координатном почетку која додирује праве $x + 6y - 20 = 0$ и $3x - 2y - 20 = 0$. Одредити жиже и ексцентрицитет добијене елипсе.
5. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{n} - \frac{(n+1)^2}{2n^2} \right)^{2n}$

9 МАТЕМАТИКА 1 - 2010/2011

Matematika 1 - oktobar 2 2011

26.09.2011

1. (7.5п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} x + 4y - z &= 0 \\ 6x - 6y + 4z &= 20 \\ 7x - 2y + 3z &= 20 \end{aligned}$$

2. (7.5п.) Израчунати извод функције

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad f(x) &= \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \\ \text{(б)} \quad g(t) &= te^{3t+1} \cos(t^2 - t) \end{aligned}$$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(t) = \frac{1 - \ln t}{t^2}$.
4. (7.5п.) Израчунати $\int \frac{(x+5)dx}{x^2 + 8x + 17}$.

Teorija

1. (3 п.) Израчунати скаларни производ вектора $u = (-3, -1, 8)$ и $v = (4, -4, 1)$, а затим одредити угао који заклапају вектори u и v .
(4 п.) Дефинисати ексцентрицитет елипсе. Скицирати елипсу $25x^2 + 4y^2 = 100$, и израчунати њен ексцентрицитет.
(5 п.) Дефинисати појам геометријског реда и дати услове његове конвергенције.
2. (12 п.) Формулисати и дати геометријски смисао Фермаовог става о нужним условима постојања екстремалне вредности диференцијабилне функције у тачки.
3. (16 п.) Формулисати, објаснити и доказати фундаменталну везу измеу неодређеног и одређеног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

Matematika 1 - oktobar 2011

22.09.2011

1. (7.5п.) Испитати међусобни положај правих $p: \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-11}{2}$ и $q: \frac{x-1}{0} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{4}$.

2. (7.5п.) Израчунати граничне вредности

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)^2 + (n-2)^2}{(2n+1)^3 - (2n-1)^3}$

(б) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t^2)}{1 - \cos 2t}$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{4}{5-x}$.

4. (7.5п.) Израчунати $\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{\cos^2 \ln t}{t} dt$.

Teorija

1. (3 п.) Израчунати растојање тачке $A(-3, -4)$ од праве $\pi: 3x + 4y - 5 = 0$.

(4 п.) Дефинисати појам векторског простора и објаснити како се на $\mathbb{R}^3$ уводи структура векторског простора.

(5 п.) Дефинисати појам непрекидности функције $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ у тачки x_0 . Испитати да ли је функција $f(x) = |x|$ непрекидна у тачки $x_0 = 0$.

2. (12 п.) Формулисати и објаснити фундаменталну везу измеђ неодређеног и одређеног интеграла (Њутн-Лајбница формула).

3. (16 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме. Формулисати сва твђења која користите у доказу Лагранжове теореме.

Matematika 1 - septembar 2011

02.09.2011

1. (7.5п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned}x + 4y + 9z &= 8 \\6x + 4y + 10z &= 4 \\9x + y + 4z &= -5\end{aligned}$$

2. (7.5п.) Израчунати извод функције

(a) $f(t) = \sqrt[3]{1 + 2 \ln t}$

(б) $g(t) = \frac{e^{2t}}{3t+1}$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

4. (7.5п.) Израчунати површину ограничену кривама $x = 0$, $y = 0$, $x = \frac{11}{4}$ и $y = \frac{2}{3-x}$.

Teorija

1. (a) (3 п.) Испитати да ли су вектори $u = (-2, 1, 3)$ и $v = (2, 2, 1)$ меусобно нормални.

(б) (4 п.) Дефинисати ексцентрицитет елипсе. Скицирати елипсу $4x^2 + 25y^2 = 100$.

(в) (5 п.) Дефинисати појмове извода функције у тачки, као и појмове левог и десног извода функције у тачки. Да ли је функција $|x|$ диференцијабилна у тачки $x_0 = 0$ и да ли има леви и десни извод у тачки $x_0 = 0$?

2. (12 п.) Формулисати и објаснити смисао Тејлорове теореме о развоју у ред $(n+1)$ -пута диференцијабилне функције на некој околини тачке x_0 .

3. (16 п.) Дефинисати неодређени интеграл. Формулисати и доказати фундаменталну везу измеђ неодређеног и одређеног интеграла (Њутн-Лајбница формула).

Matematika 1 - jul 2011

08.07.2011

1. (7.5п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned}x + y - z &= 3 \\ 3x + y - 2z &= 4 \\ -x + 3y - z &= 7\end{aligned}$$

2. (7.5п.) Израчунати извод функције

(а) $f(x) = \operatorname{tg}(x^3 - x)$

(б) $x^4 \ln x$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2+8}{x-5}$.

4. (7.5п.) Израчунати интеграл $\int_0^2 (x^2 - 3x + 2)e^x dx$

Теорија

- (3 п.) Израчунати скаларни производ вектора $u = (1, -3, 4)$ и $v = (2, 2, 1)$, а затим одредити угао који заклапају вектори u и v .
(4 п.) Дефинисати ексцентрицитет елипсе. Скицирати елипсу $9x^2 + 4y^2 = 36$.
(5 п.) Дефинисати појмове лимеса и граничне вредности реалног низа. Објаснити разлику измеу лимеса и тачке нагомилавања низа на неком примеру.
- (12 п.) Формулисати и објаснити фундаменталну везу измеу неодрееног и одрееног интеграла (Њутн-Лајбницева формула).
- (16 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.

Matematika 1 - jun 2011

24.06.2011

- (7.5п.) Дате су тачке $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 4)$, $C(3, 1, 0)$ и $D(2, 0, 3)$. Одредити запремину паралелепипеда разапетог векторима $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AD}$ и једначину равни ABD .
- (7.5п.) Израчунати граничне вредности
(а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x \operatorname{tg} x}$
(б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$
- (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x+3}{x-4}$.
- (7.5п.) Израчунати интеграл $\int \frac{2x dx}{x^2 - 1}$

Теорија

- (3 п.) Написати формулу за растојање тачке $A(x_1, y_1)$ од праве $\pi: -x + 4y - 5 = 0$.
(4 п.) Дефинисати појам векторског простора и објаснити како се на $\mathbb{R}^3$ уводи структура векторског простора.
(5 п.) Дефинисати појам геометријског реда и дати услове његове конвергенције.
- (12 п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме.
- (16 п.) Формулисати и доказати фундаменталну везу измеу неодрееног и одрееног интеграла (Њутн-Лајбницева формула).

Matematika 1 - popravni kolokvijum 2

17.04.2011.

1. (2п.) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{3^n}$$

2. (2п.) Наћи извод функције

(а) $f(x) = \operatorname{arctg} e^x$

(б) $g(x) = \frac{1+\cos x}{1+\sin x}$

3. (3п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$.

4. (2п.) Израчунати интеграл

$$\int 2xe^{x^2} dx$$

5. (3п.) Одредити вредност одређеног интеграла

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cos x dx$$

Теорија

1. (2п.) Дефинисати извод функције у тачки.
2. (2п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме (о нужним условима егзистенције екстремних вредности диференцијабилне функције).
3. (4п.) Формулисати и доказати фундаменталну везу измеђ неодређеног и одређеног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

Matematika 1 - popravni kolokvijum 1

17.04.2011.

1. (3п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned}x + y - 2z &= -1 \\2x - y + 2z &= -4 \\4x + y + 4z &= -2\end{aligned}$$

2. (2п.) Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 1 & 7 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

3. (2п.) Дат је комплексн број $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Израчунати модуо и аргумент комплексног броја z , као и z^{68} .

4. (3п.) Дате су тачке $A(3, 1, 2)$, $B(4, 3, 3)$ и $C(3, 0, 5)$. Одредити

(а) једначину равни ABC

(б) угао између вектора $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$

5. (2п.) Одредити једначине тангенти на хиперболу $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$ из тачке $P(2, 0)$

Теорија

1. (2п.) Дефинисати појам тачке нагомилавања низа.
2. (2п.) Објаснити како се на $\mathbb{R}^n$ уводи структура векторског простора.
3. (4п.) Дефинисати појам низа уметнутих интервала, формулисати и доказати Коши-Канторову теорему (о пресеку низа уметнутих интервала).

Matematika 1 - februar 2011

18.02.2011

1. (6п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned}4x - y + 9z &= 8 \\ 2x - 3y + 5z &= 2 \\ x - 9y + 4z &= -5\end{aligned}$$

2. (6п.) Одредити једначину тангенте и нормале на елипсу $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{48} = 1$ у тачки $B(3, 2\sqrt{3})$.

3. (6п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{3n-2}\right)^{-n^2}$

4. (6п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctg(1 + \frac{1}{x})$

5. (6п.) Израчунати интеграл $\int \frac{1}{(1+x)^2} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$.

Теорија

- (а) (3 п.) Дефинисати појам векторског простора.
(б) (3 п.) Написати формулу за растојање тачке $A(x_0, y_0)$ од праве π ... $2x - 3y + 4 = 0$.
(в) (3 п.) Дефинисати лимес функције у тачки.
(г) (3 п.) Дати пример низа који има 5 тачака нагомилавања.
- (12 п.) Дефинисати појам уметнутих интервала и формулисати Кантор-Кошијеву теорему о пресеку уметнутих интервала.
- (16 п.) Формулисати, доказати и дати геометријски смисао Фермаовог става о нужним условима постојања екстремалне вредности диференцијабилне функције у тачки.

Matematika 1 - januar 2011

04.02.2011

1. (6п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned}x + 9y + 4z &= 8 \\ 3x + 5y + 2z &= 2 \\ 9x + 4y + z &= -5\end{aligned}$$

2. (6п.) Дате су тачке $A(-1, 0, 1)$, $B(0, -1, 3)$ и права $q: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{4}$. Одредити једначину праве AB , а затим испитати међусобни положај правих AB и q .

3. (6п.) Без употребе лопиталових правила израчунати граничне вредности

(а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{1+x^2}\right)^{4x^2}$

(б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - 1}$

4. (6п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$

5. (6п.) Одредити запремину тела које настаје ротацијом око y -осе лика ограниченог кривама $y = 3 - \frac{x^2}{3}$ и $x + y = 3$.

Теорија

- (а) (3 п.) Дефинисати појам линеарне независности вектора.
(б) (3 п.) Дефинисати скаларни производ и написати формулу за угао измеу два вектора u и v .
(в) (3 п.) Описати појам геометријског реда.
(г) (3 п.) Дефинисати извод функције у тачки.
- (12 п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.
- (16 п.) Дефинисати неодређени интеграл. Формулисати и доказати фундаменталну везу измеу неодређеног и одређеног интеграла (Њутн-Лајбницава формула).

1. (2п.) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+5)(n+10)}{2^n}$$

2. (2п.) Наћи извод функције

(а) $f(x) = \frac{x - \ln x}{x^2}$

(б) $g(x) = x \sin(\ln x)$

3. (3п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{-x}$.

4. (2п.) Израчунати интеграл

$$\int (x^2 + 3)e^{2x} dx$$

5. (3п.) Одредити вредност одређеног интеграла

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$$

Teorija

- (2п.) Дати геометријски смисао извода функције у тачки.
- (2п.) Формулисати Болцано-Кошијеву теорему за непрекидне функције.
- (4п.) Дефинисати неодређени интеграл. Формулисати и доказати фундаменталну везу измеђ неодређеног и одређеног интеграла (Њутн-Лажбницова формула).

1. (3п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 1 \\ x + 7y + z &= -2 \\ x + 2y + 4z &= 9 \end{aligned}$$

2. (2п.) Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 25 & 1 & 20 & 11 \\ 3 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$.

3. (2п.) Дат је комплексн број $z = -1 - i\sqrt{3}$. Израчунати модуо и аргумент комплексног броја z , као и z^{71} .

4. (3п.) Дати су вектори $\vec{a} = (-3, 0, 2)$, $\vec{b} = (1, 3, 1)$, $\vec{c} = (0, -2, -5)$.

(а) $\|\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}\|$

(б) $\vec{b} \times \vec{c}$

(в) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}]$

5. (2п.) Дата је права s једначином $2x - 5y + 12 = 0$ и парабола $\eta: y^2 = 4x$. Одредити тангенте на параболу η у пресечним тачкама са правом s .

Teorija

- (2п.) Дефинисати лимес реалног низа.
- (2п.) Дефинисати ексцентрицитет конике.

3. (4п.) Колико граничних вредности може имати конвергентан низ ? Објаснити разлику између граничне вредности и тачке нагомилавања низа.

Matematika 1 - drugi kolokvijum

15.01.2011.

1. Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3 (2n+1)!!}{((2n)!)^2}$$

2. Наћи извод функције

(a) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+e^x}{1-e^x}$

(б) $g(x) = \sqrt{1-x^2} \arcsin x$

3. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1+\ln x}{1-\ln x}$.

4. Израчунати интеграл

$$\int \frac{(1+x^2)dx}{x^4+x^2+1}$$

5. Одредити површину lika ограниченог кривама $y = \frac{x^2}{3}$ и $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$.

Matematika 1 - prvi kolokvijum

27.11.2010.

1. Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} 4x + y + z &= 10 \\ 2x - 7y + 3z &= 10 \\ x + 4y - z &= 0 \end{aligned}$$

2. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -5 & 4 \\ 5 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$.

3. Израчунати $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^{27}$

4. Дати су вектори $\vec{a} = (-1, 1, 0)$, $\vec{b} = (2, 1, 3)$, $\vec{c} = (1, 1, 1)$.

(a) $\|\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}\|$

(б) $\vec{c} \times \vec{a}$

(в) $[\vec{a}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}]$

5. Дата је хипербола $\eta : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ и елипса $\varepsilon : x^2 + \frac{y^2}{6} = 1$ и нека су тачке F_1 и F_2 жиже хиперболе η . Одредити координате тачака F_1 и F_2 и једначине тангенти из тачака F_1 и F_2 на елипсу ε .

Teorija

- Навести дефиницију векторског простора.
- Навести дефиницију граничне вредности низа.
- Испитати конвергенцију геометријског реда

Teorija

- (2п.) Дефинисати извод функције у тачки.
- (4п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
- (2п.) Формулисати Њутн-Лајбницевоу теорему о вези Римановог и неодређеног интеграла.

1. (3п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \frac{3+i^{227}}{1-i^{11}}$.
 (3п) б) Израчунати $\sqrt[4]{-1-i\sqrt{3}}$.
2. (6п) Свести једначину $7x^2 - 28x + 2y + 34 = 0$ на канонски облик, а затим одредити ексцентрицитет и координате жижа у оба система.
3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
 (3п) а) $\lim_{z \rightarrow +\infty} (\sqrt{z^2 - 5z + 1} - z)$ (3п) б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \tan 5x}{x - \sin 2x}$
4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x+2}, & x \in (-\infty, -\frac{2}{3}) \\ -\sin \frac{3\pi}{4}x, & x \in [-\frac{2}{3}, 0] \\ \ln(x+e) + 2, & x \in (0, 2) \\ \frac{1}{x-2} - 1, & x \in (2, +\infty) \end{cases}$$

у тачкама $x_1 = -\frac{2}{3}$, $x_2 = 0$, и $x_3 = 2$.

5. (6п) Израчунати угао између вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ако је вектор $\vec{a} + 3\vec{b}$ нормалан на вектор $7\vec{a} - 5\vec{b}$, а вектор $\vec{a} - 4\vec{b}$ нормалан на вектор $7\vec{a} - 2\vec{b}$.
6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ и скицирати њен график.
7. (10п) Израчунати интеграл $\int (2+x-5x^2)e^x dx$.
8. (10п) Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривама $y = x^2$, $y = 2x$ и $2y = x^2$ око Oy -осе.

1. (6п) Одредити $\sqrt[5]{\frac{2-2i}{1+i}}$.
2. (6п) Изометријском трансформацијом свести једначину криве $3x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$ на канонски облик. Одредити координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.
3. (6п) Наћи и граничну вредност функције $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1-5x+x^2} + x)$.
4. (6п) Испитати непрекидност функције f и одредити тип прекида, а затим наћи $(g \circ f)(x)$, $f(g(x))$ и $g^{-1}(x)$:
 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = e^{3x} + 1$
5. (6п) Нека су дати вектори $\vec{a} = (3, -5, -1)$, $\vec{b} = (0, \frac{1}{5}, 7)$ и $\vec{c} = (4, -\frac{2}{3}, 8)$. Израчунати:
 а) $\left| -\frac{3}{2}\vec{c} - 5\vec{b} + 2\vec{a} \right|$ б) $\vec{c} \times \vec{b}$ в) $[\vec{b}, \vec{a}, \vec{b}]$
6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{\ln x - 1}{|x|}$ и скицирати њен график.
7. (10п) Израчунати интеграл $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.
8. (10п) Представити функцију $f(x) = (5 + 2x - x^2)e^{2x}$ Тејлоровим полиномом 4. степена у околини тачке $x = 2$.

1. (6п) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = (-3 - \sqrt{3}i)^{41}$.
2. (6п) Свести једначину $x^2 + 4xy - 2y^2 + 6 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. (6п) Наћи граничну вредност функције $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos t} - \sqrt[3]{\cos t}}{\tan^2 t}$.
4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x) = \begin{cases} \frac{(1+x)^7-1}{x}, & x > 0 \\ 7+x, & x \leq 0 \end{cases}$.
5. (6п) Одредити једначину равни α која садржи праву $p : \frac{x-2}{0} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и нормална је на раван $\beta : -5x + y - 3z + 1 = 0$.
6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{e^x}{x+1} - 1$ и скицирати њен график.
7. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx$.
8. (10п) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом фигуре ограничене кривама $xy = 2$ и $(x-2)^2 - y + 1 = 0$ око y -осе.

МАТЕМАТИКА 1 – Други колоквијум, јануар 2010.

1. (10п) Детаљно испитати функцију $f(x) = (x^2 - 4x + 3)e^x$ и скицирати њен график.
2. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{1 - \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx, x \in (0, \pi)$.
3. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y = |x + 1| - 2, y = (x + 1)^2 - 4$.
4. (5п) Представити функцију $f(x) = \ln((2-x)(-1+2x))$ Тејлоровим полиномом 3. степена у околини тачке $x_0 = 1$.

МАТЕМАТИКА 1 – 5.10.2009.године

1. (3п) а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = (\pi - \sqrt{3})e^{2 - \frac{17i\pi}{3}}$.
(3п) б) Израчунати $\sqrt[5]{-32}$.
2. (6п) Свести једначину $x^2 - 7y^2 - 2x + 14y - 9 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.
3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функција:
(3п) а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6})$ (3п) б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{\sin \frac{x}{7}}$
4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције

$$f(x) = \begin{cases} \ln|4x+1|, & x \in (-\infty, 0) \\ \frac{\sin x}{2x} - \frac{1}{2}, & x \in [0, 5] \\ (25 - x^2)^{-1} + 21, & x \in (5, +\infty) \end{cases}$$

у тачкама $x_0 = 0, x_1 = 5, x_2 = -5$.

5. (6п) Написати једначину праве која садржи тачку $S(1, -5, 2)$ и са равни $\alpha : x + 4z = 0$ заклапа угао $\frac{\pi}{6}$.
6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = (x - 3)e^{-x}$ и скицирати њен график.
7. (10п) Израчунати интеграл $\int e^x \cos(x + 1) dx$.
8. (10п) Развити функцију $f(x) = e^{2x} \sin x$ у Тејлоров полином 4. степена у околини тачке $x_0 = 0$.

11 МАТЕМАТИКА 1 - 2008/2009

МАТЕМАТИКА 1 – 24.9.2009.године

1. (3п) а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = 1 + \cos \frac{3\pi}{5} + i \sin \frac{3\pi}{5}$.
(3п) б) Израчунати $\sqrt[6]{-1 + i\sqrt{3}}$.
2. (6п) Свести једначину $7x^2 - 28x + 2y + 34 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:

$$(3\text{п}) \text{ а) } \lim_{t \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3} \quad (3\text{п}) \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1} \right)$$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x+2}, & x \in (-\infty, -\frac{2}{3}) \\ -\sin \frac{3\pi}{4}x, & x \in [-\frac{2}{3}, 0] \\ \ln(x+e) + 2, & x \in (0, 2) \\ \frac{1}{x-2} - 1, & x \in (2, +\infty) \end{cases}$$

у тачкама $x_1 = -\frac{2}{3}$, $x_2 = 0$, и $x_3 = 2$.

5. (6п) Израчунати угао између вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ако је вектор $\vec{a} + 3\vec{b}$ нормалан на вектор $7\vec{a} - 5\vec{b}$, а вектор $\vec{a} - 4\vec{b}$ нормалан на вектор $7\vec{a} - 2\vec{b}$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = x^2 \ln x$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{dx}{2+x+2x^3+x^4}$.

8. (10п) Развити функцију $f(x) = \ln((1-x)(1+2x))$ у Тејлоров полином 4. степена у околини тачке $x_0 = 0$.

МАТЕМАТИКА 1 – 31.9.2009.године

1. (2п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \sqrt{1+i\sqrt{3}} + \sqrt{2}e^{\frac{35i\pi}{6}}$.

(2п) б) Израчунати $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}$.

(2п) ц) Одредити $|z|$ и $\bar{z}$ ако је $z = \frac{i^5-2}{3i^4+i^3-5i^2+1}$.

2. (6п) Свести једначину $4x^2 - 9y^2 - 8x - 18y - 4 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:

$$(3\text{п}) \text{ а) } \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(t+a)(t+b)} - t \right) \quad (3\text{п}) \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sin \frac{3x}{\pi}}, & x \neq 0 \\ \frac{\pi}{3}, & x = 0 \end{cases}$.

5. (6п) Израчунати угао између вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ако је вектор $\vec{a} + 3\vec{b}$ нормалан на вектор $7\vec{a} - 5\vec{b}$, а вектор $\vec{a} - 4\vec{b}$ нормалан на вектор $7\vec{a} - 2\vec{b}$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \sqrt{2x^2 - x + 2}$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{dx}{1+\sin x}$.

8. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $xy = 2$ и $(x-2)^2 - y + 1 = 0$.

МАТЕМАТИКА 1 – 16.6.2009.године

1. (2п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \frac{i^7+2i-3}{3i^4-4i^3-5}$.

(2п) б) Израчунати $\sqrt[3]{\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}}$.

(2п) ц) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = \sin \alpha + i \cos \alpha$.

2. (6п) Свести једначину $2x^2 - 8x + 5y + 3 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система. О којој кривој је реч?

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:

$$(3\text{п}) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1-x+x^2} - \sqrt{1+x+x^2}) \quad (3\text{п}) \text{ б) } \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{1+\theta}{1-\theta}}{\tan(1+\theta) - \tan(1-\theta)}$$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.

5. Нека су дати вектори $\vec{a} = (-1, 1, 0)$, $\vec{b} = (2, \frac{1}{4}, -3)$ и $\vec{c} = (2, -12, -4)$. Израчунати:
 (2п) а) $\left| \frac{1}{4}\vec{c} + 2\vec{b} - \vec{a} \right|$ (2п) б) $\frac{3}{5}\vec{a} \times 2\vec{c}$ (2п) ц) $(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$
6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ и скицирати њен график.
7. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{\sin t + \cos t}{\sqrt[3]{\sin t - \cos t}} dt$.
8. (10п) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом фигуре ограничене кривама $xy = 6$ и $x + y - 7 = 0$ око y -осе.

МАТЕМАТИКА 1 – 11.2.2009.године

1. (2п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = e^{2\pi - i\frac{17\pi}{6}}$.
 (2п) б) Израчунати $\sqrt[4]{-1 + i\sqrt{3}}$.
 (2п) ц) Одредити $|z|$ и $\bar{z}$ ако је $z = \frac{i^{11} - 2i + 1}{2i^{12} + 3i^3 - 5}$
2. (6п) Свести једначину $3x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система.
3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
 (3п) а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1-3x-x^3+3x^4}}{(2x+\frac{1}{2})(1-x)}$ (3п) б) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin^3 \frac{\theta}{2}}{\tan^2 5\theta} \theta$
4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{-\frac{1}{x}}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.
5. (6п) Одредити растојање праве $p: x + 2y - 5 = 0$, $y + z - 1 = 0$ од равни $\alpha: x - 3y - 5y + 7 = 0$.
6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = (x-2) \ln \frac{x-2}{x-1}$ и скицирати њен график.
7. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{3x^2-3x-1}{x^3-2x^2+x-2} dx$.
8. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y^2 = 1-x$ и $y = (x-1)^2$, а затим и запремину тела добијеног ротацијом ове фигуре око праве $x = 1$.

МАТЕМАТИКА 1 – Други колоквијум, јануар 2009.

1. (10п) Детаљно испитати функцију $f(x) = |x|e^{-x^2}$ и скицирати њен график.
2. (10п) Израчунати интеграл $\int (x^2 + 4) \ln^2 x dx$.
3. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $(x-1)^2 + y^2 = 1$, $y = x^2$ и $y = 2-x$.
4. (5п) Представити функцију $f(x) = x \cos^2 2(x-1)$ полиномом 3. степена у околино тачке $x_0 = 1$.

МАТЕМАТИКА 1 – Први колоквијум, децембар 2009.

1. (4п) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (-2 + 2i)^6 - 40\sqrt{3} e^{\frac{2\pi i}{3}}$.
2. (5п) Свести једначину криве $x^2 - 3y^2 - 2x - 12y - 10 = 0$ на канонски облик и одредити коју криву представља. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система.
3. (6п) Нека су дате функције:

$$f(x) = \begin{cases} \cos \frac{3\pi x}{4}, & x \in (-\infty, 0] \\ \ln(2 + \sqrt[3]{x^2 - 1}), & x \in (0, +\infty) \end{cases}, \quad g(x) = e^{x-1} + 2$$

- а) Испитати непрекидност функције f и одредити типове прекида.
- б) Испитати диференцијабилност функције f .

- ц) Наћи $(g \circ f)(1)$ и $g^{-1}(x)$.
4. (3п) Нека су дати вектори $\vec{a} = (0, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, \frac{1}{3}, -1)$ и $\vec{c} = (-4, 6, 2)$. Израчунати:
- а) $\left| -\frac{1}{2}\vec{c} - 6\vec{b} + 2\vec{a} \right|$ б) $\vec{a} \times \vec{c}$ ц) $[\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}]$
5. (3п) Одредити једначину праве p која је паралелна са правом $a: x = t, y = 3, z = 3t - 1, t \in \mathbb{R}$, и садржи тачку $A(0, 1, -2)$.
6. (6п) Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функција:
- а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x(x+2)} - x)$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{-x}}{\ln(1+x)}$
7. (3п) Наћи извод функције $f(x) = \sin(\ln(x^4 + 3))$.

МАТЕМАТИКА 1 – Први колоквијум, децембар 2008.

1. (1п) а) Представити комплексни број $z = \frac{i^{18}}{2-3i-3}$ у алгебарском запису и одредити $\bar{z}$.
 (2п) б) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (\sqrt{3}i - 3)^{2008}$.
 (2п) ц) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = e^{\frac{29\pi i - 5}{3}}$
2. (5п) Испитати непрекидност функције f и одредити тип прекида, а затим наћи $(g \circ f)(x)$, $f(g(x))$ и $g^{-1}(x)$:
 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = e^{3x} + 1$
3. (5п) Свести једначину криве $x^2 - xy + y^2 - 3x - 1 = 0$ на канонску облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система.
4. (3п) Нека су дати вектори $\vec{a} = (0, 2, -1)$, $\vec{b} = (3, \frac{1}{4}, 5)$ и $\vec{c} = (-2, 12, -4)$. Израчунати:
- а) $\left| -\frac{1}{2}\vec{c} + 8\vec{b} + 2\vec{a} \right|$ б) $\vec{a} \times \vec{b}$ ц) $(\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{b}$
5. (3п) Одредити параметар α тако да праве $p: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+2}{1}$ и $q: \frac{x}{\alpha} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{1}$ заклапају угао $\frac{\pi}{4}$.
6. (5п) Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
- а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3-x+x^2} - \sqrt{2+5x+x^2})$
 б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}$
7. (4п) Наћи изводе следећих функција:
- а) $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x})$ б) $y = \sin(\cos x) \cos(\sin x) + 2^{x^2-5}$