



Пре израде задатака, на вежбанци ОБАВЕЗНО попунити назив предмета, име и презиме, као и број индекса (број досијеа)! Остала поља не морате попуњавати.

1. Дефинисати следеће појмове (а-г):

- а) [0.5п] сличне матрице;
- б) [0.5п] минимални полином матрице $A \in M_n(\mathbb{R})$;
- в) [0.5п] ортогонални комплемент $W^\perp$ векторског потпростора W ;
- г) [0.5п] ортонормирана база векторског простора V ;
- д) [1п] Навести геометријску интерпретацију векторског и мешовитог производа вектора у $\mathbb{R}^3$.
- ђ) [1п] Навести формулу за растојање тачке $M(x_0, y_0, z_0)$ од равни $\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$. Израчунати растојање тачке $A(-2, 3, -2)$ од равни $\alpha : -x + 2y - 2z + 1300 = 0$.

2. Нека је дата матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ -2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

- а) [3п] Испитати за које вредности реалног параметра a је матрица A дијагоналног типа.
- б) [5п] За $a = 2$ израчунати A^n , $n \in \mathbb{N}$.

3. Дат је векторски простор W решења система једначина $a - b + 2c = 0$, $a + b - 2c - d = 0$.

- а) [2п] Наћи базу и димензију W и $W^\perp$ у односу на стандардни скаларни производ у $\mathbb{R}^4$.
- б) [3п] Ком од векторских потпростора W и $W^\perp$ је вектор $v = (4, 4, -1, 0)$ ближи?

4. Дате су праве $p : -3x + 4y - 1 = 0$, $q : 5x - 12y + 7 = 0$ и $r : x - 2y + 1312 = 0$.

- а) [3п] Одредити једначине симетрала углова између правих p и q .
- б) [3п] Одредити једначину нормале n на праву r из пресечне тачке правих p и q .

5. Дате су праве $p : \frac{x-1}{0} = \frac{y-\lambda}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ и $q : \frac{x+4}{-1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+2}{3}$.

- а) [3п] Одредити вредност параметра λ тако да се праве p и q секу, као и координате пресечне тачке.
- б) [4п] За $\lambda = 3$ наћи једначину заједничке нормале, као и растојање мимоилазних правих p и q .

6. [5п] Нека су U и W векторски потпростори унитарног векторског простора V са скаларним производом $\langle \cdot, \cdot \rangle$, такви да је $U \cap W = \{0\}$. Доказати да је са

$$\langle u_1 + w_1, u_2 + w_2 \rangle_\oplus = \langle u_1, u_2 \rangle + \langle w_1, w_2 \rangle, \quad u_1, u_2 \in U, \quad w_1, w_2 \in W,$$

дефинисан скаларни производ на векторском потпростору $U \oplus W$.