

Теорија:

1. (15 п.) Нека су дати скупови: $A = \{Y, W, 3\}$ и $D = \{2, 3, 7, W\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times D$ и $D \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow D$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow D$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
2. (15 п.) Дефинисати појмове: (а) граничне вредности низа, (б) извода функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме.
3. (15 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци:

1. (13 п.) Доказати да за сваки природан број n важи једнакост

$$1 + 8 + 27 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

2. (13 п.) Израчунати следеће граничне вредности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 5x - 3}{x^2 + 2x + 4} \right)^x.$

3. (13 п.) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 - 1}.$$

4. (13 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$. Одредити домен функције, испитати парност, непарност и периодичност, одредити нуле и знак, асимптоте, интервале монотоности и локалне екстремуме, интервале закривљености и превојне тачке.
5. (13 п.) Израчунати вредност неодређеног интеграла

$$\int e^x \sin x dx.$$

Време за рад је 180 минута.

Теорија:

1. (15 п.) Нека су дати скупови: $A = \{W, 3\}$ и $D = \{b, 7, a, \}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times D$ и $D \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow D$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow D$, која је 'на', (в) $h : D \longrightarrow D$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
2. (15 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки, (б) извода функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (15 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци:

1. [10] Доказати да за свако $x \geq -1$ и за сваки природан број n важи неједнакост

$$(1+x)^n \geq 1+nx.$$

2. [10] Израчунати следеће граничне вредности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-3n+2}{n^2+3n+2} \right)^n.$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \left(\sqrt[n]{\ln(n+3)} \right)}{n^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^3}-1}{\sqrt{25+x^3}-5}.$

3. [10] Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}+2}{n+1}.$$

4. [10] Испитати непрекидност функције

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^{x^2}}{2x^2}, & x < 0 \\ -\frac{1}{2}, & x = 0 \\ \frac{1}{x}, & x > 0. \end{cases}$$

Уколико у некој тачки постоји прекид, одредити да ли је у питању отклоњив прекид, прекид прве врсте или прекид друге врсте.

5. [10] Израчунати извод следећих функција

а) $f(x) = \cos(e^{\sin x})$

б) $g(x) = \frac{x^2-3}{\cos x}$

в) $h(x) = x^2 \ln(\arcsin x)$

6. [10] Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$. Одредити домен функције, испитати парност, непарност и периодичност, одредити нуле и знак, асимптоте, интервале монотоности и локалне екстремуме, интервале закривљености и превојне тачке.

Теорија

- (8 п.) Нека су дати скупови: $C = \{Y, Z\}$ и $D = \{2, 5, 7, 8\}$. Одредити Декартов производ скупова $C \times D$ и $D \times C$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : C \longrightarrow D$, која је '1 - 1', (б) $g : C \longrightarrow D$, која је 'на', (в) $h : D \longrightarrow D$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки, (б) извода функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
- (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- (6 поена) Методом математичке индукције доказати неједнакост $(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{3}}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{\sqrt{n}}) < \frac{2}{n^2}$ за сваки природан број $n \geq 2$.
- (6 поена) Применом теореме о полицајцима доказати да је $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \cos n}{n+1} = 1$.
- (6 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију алтернирајућег реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n+2}$.
- (6 поена) Одредити извод функције $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$.
- (6 поена) Одредити домен и испитати монотоност функције $f(x) = e^{\frac{x+2}{x-1}}$. Да ли ова функција поседује локалне екстремуме?
- (6 поена) Израчунати одређени интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (2x - 1) \sin(3x) dx$.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 5\}$ и $B = \{b, c, f\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки (б) извода функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.
- (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци:

- (6 поена) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \dots (4n-3)}$.
- (6 поена) Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \operatorname{sgn}(2x)$.
- (6 поена) Одредити извод функције $f(x) = \arcsin \sqrt[3]{1-x^2}$.
- (6 поена) Одредити домен и асимптоте функције $f(x) = (x+5)e^{\frac{1}{x-1}}$.
- (6 поена) Израчунати неодређени интеграл $\int \frac{x-3}{x^3-x} dx$.
- (6 поена) Израчунати површину lika ограниченог линијама $y = \ln(x)$, $x = 1$ и $x = 4$.

Поправни први колоквијум из Биоматематике, 12.06.2019.

Задаци:

1. (4 поена) Методом математичке индукције доказати да $25 \mid 4 \cdot 6^n + 5n - 4$ за сваки природан број n .
2. (4 поена) Одредити све тачке нагомилавања низа $\frac{n^2 \sin \frac{n\pi}{2} + n}{7n^2 + 2019}$.
3. (4 поена) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n - 1} \right)^{n^2}$.
4. (3 поена) Израчунати граничне вредности:
а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5^{n+1} + 9^{n+1}}{5^n + 9^n}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} 18x \cdot \operatorname{ctg}(85x)$.

Теорија:

1. (4 поена) Дефинисати појам непрекидности функције у тачки. Формулисати и доказати Болцано-Кошијеву теорему за непрекидне функције.
2. (3 поена) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = x^4$. Навести основна алгебарска својства извода (без доказа).
3. (3 поена) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме.

Задаци:

1. (3 поена) Одредити могуће вредности константе $a \in \mathbb{R}$ тако да функција $f(x) = \begin{cases} x + a & \text{за } x \leq 0; \\ \frac{1 - \cos x}{ax^2} & \text{за } x > 0 \end{cases}$ буде непрекидна на $\mathbb{R}$.
2. (2 поена) Израчунати извод функције $f(x) = \arctg\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.
3. (7 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-1}$.
4. (3 поена) Израчунати интеграл $\int x^2 \ln^2 x \, dx$.

Теорија:

1. (4 поена) Нека су дати скупови: $A = \{3, a, b\}$ и $B = \{b, 3\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:

(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (4 поена) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лimesа и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 4 различите тачке нагомилавања.

3. (2 поена) Дефинисати појам реда. Када геометријски ред конвергира ?

Задаци:

1. (4 поена) Методом математичке индукције доказати једнакост $\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$ за сваки природан број n .
2. (4 поена) Одредити све тачке нагомилавања низа $\frac{n^2 \cos \frac{n\pi}{2} + n}{3n^2 + 4}$.
3. (4 поена) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n+1)}$.
4. (3 поена) Израчунати граничне вредности:
а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-7x^3 + 6x^2 - 9x + 4}{3x^3 - 2019}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{tg(4x)}$.

Јулски испитни рок из Биоматематике, 25.06.2018.

Теорија:

1. (8 поена) Нека су дати скупови $A = \{2, 3, 4\}$ и $B = \{3, 7\}$. Одредите Декартов производ скупова $A \times B$, $B \times A$ и $A \times B \cap B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на',
(в) $h: B \rightarrow B$ која је '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
2. (8 поена) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме.
3. (8 поена) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницева формула).

Задаци:

1. а) (6 поена) Методом математичке индукције доказати да за сваки природан број $n \geq 3$ важи $(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n}) = \frac{2}{n}$.
б) (3 поена) Одредити граничну вредност низа са општим чланом $\sqrt{n^2 + 3n} \cdot (1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n})$.
2. (6 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију алтернирајућег реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{5^n}$.
3. а) (4 поена) Испитати непрекидност функције $\frac{\sin(2x)}{x}$ у тачкама $x = 0$ и $x = 1$.
б) (4 поена) Израчунати граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{\operatorname{tg}(x)}$.
4. (7 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$.
5. (6 поена) Израчунати интеграл $\int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$.

Јунски испитни рок из Биоматематике, 16.06.2018.

Теорија:

1. (8 поена) Нека су дати скупови $A = \{a, g, h\}$ и $B = \{2, 5\}$. Одредите Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на', (в) $h: B \rightarrow B$ која је '1 - 1' и 'на'. (г) Дефинисати појам композиције функција, а затим израчунати функцију $h \circ h$, где је h функција из (в) дела задатка.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
2. (8 поена) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.
3. (8 поена) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницева формулу).

Задаци:

1. (6 поена) Методом математичке индукције доказати да за сваки природан број n важи $25 \mid 4 \cdot 6^n + 5n - 4$.
2. (6 поена) Доказати да је низ са општим чланом $b_n = \frac{1}{2n^2-n} + \frac{1}{2n^2-n+1} + \frac{1}{2n^2-n+2} + \dots + \frac{1}{2n^2+n-1} + \frac{1}{2n^2+n}$ конвергентан и одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.
3. (6 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију алтернирајућег реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3n+2}$.
4. (6 поена) Одредити константу $A \in \mathbb{R}$ тако да је функција
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4+x^2}-2}{\sqrt{x^2+9}-3} & \text{за } x \neq 0 \\ A & \text{за } x = 0 \end{cases}$$
 непрекидна.
5. (6 поена) Испитати монотоност и наћи екстремне вредности функције $f(x) = \frac{e^x}{x^2-x+1}$.
6. (6 поена) Израчунати несвојствени интеграл $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$.

Поправни други колоквијум из Биоматематике, 08.06.2018.

Теорија

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачци, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = x^4$. Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати, објаснити геометријски смисао и доказати Лагранжову теорему о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла и формулисати Фундаменталну теорему интегралног рачуна (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци:

1. (3 поена) Испитати непрекидност и врсте прекида функције:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2^x-1}{x} & \text{за } x < 0 \\ \ln(x+2) & \text{за } 0 \leq x \leq e-2 \\ \frac{\ln(1+x)}{2x} & \text{за } x > e-2 \end{cases}$$

2. (3 поена) Израчунати извод функције $f(x) = e^x \cdot \arctg(x) - x^x$.
3. (2 поена) Одредити граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{3x} - \frac{1}{e^{3x}-1})$.
4. (5 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$.
5. (2 поена) Израчунати интеграл $\int x \arcsin(x) dx$.

Други колоквијум из Биоматематике, 26.05.2018.

Теорија:

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = \cos x$.
Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла.

Задаци:

1. (3 поена) Испитати непрекидност и врсте прекида функције:

$$f(x) = \begin{cases} 4 \frac{1-\cos(x)}{x^3} & \text{за } x < 0 \\ 0 & \text{за } x = 0 \\ \frac{(1+x)^3 - 1}{x} & \text{за } 0 < x < 3 \\ \sqrt{x^2 + 7} + 5x + 2 & \text{за } x \geq 3 \end{cases}$$

2. (3 поена) Израчунати извод функције $f(x) = x^2 \tan(e^x) + \frac{\sin(3x)}{\ln(x)}$.
3. (2 поена) Одредити граничну вредност $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln(\sin(x))$.
4. (5 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$.
5. (2 поена) Израчунати интеграл $\int e^x \sin(x) dx$.

Први колоквијум из Биоматематике, 14.04.2018.

Теорија:

1. (4 поена) Нека су дати скупови $A = \{2, a, b\}$ и $B = \{b, 1, 3\}$. Одредити Декартове производе $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по један пример функције:

(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \rightarrow A$ која је '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји, образложити одговор !

2. (3 поена) Дефинисати појам лимеса (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лимеса и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.
3. (3 поена) Дефинисати појам уметнутих сегмената, формулисати и доказати њихово основно својство.

Задаци:

1. (4 поена) Методом математичке индукције доказати да за сваки природан број n важи једнакост $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$.
2. (4 поена) Доказати да је низ са општим чланом $b_n = \frac{\sin(3^n \cdot \ln(2n+1) + n^3 + 4)}{n^2}$ конвергентан и одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.
3. (4 поена) Испитати конвергенцију реда са позитивним члановима $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n^2}$.
4. (3 поена) Израчунати граничне вредности:
- а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 4}{-2x^2 - 7x + 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{3x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 6x})$

Теорија

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{X, W, 1\}$ и $D = \{1, 3, 9, X\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times D$ и $D \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
 (а) $f : A \longrightarrow D$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow D$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
 Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки, (б) извода функције у тачки.
 Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
- (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n\pi} 2^n}{n!^2}$.
- Испитати непрекидност функције

$$h(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < -1; \\ \cos \frac{\pi}{2}x, & -1 \leq x \leq 1; \\ x - 1, & x > 1. \end{cases}$$

- Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctg\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.
- Одредити површину ограничену кривама $x = y^2$ и $x^2 + 3y^2 = 4$.

Теорија

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{X, W, 1\}$ и $D = \{1, 3, 9, X\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times D$ и $D \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
 (а) $f : A \longrightarrow D$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow D$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
 Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки, (б) извода функције у тачки.
 Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
- (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n\pi} 2^n}{n!^2}$.
- Испитати непрекидност функције

$$h(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < -1; \\ \cos \frac{\pi}{2}x, & -1 \leq x \leq 1; \\ x - 1, & x > 1. \end{cases}$$

- Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctg\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.
- Одредити површину ограничену кривама $x = y^2$ и $x^2 + 3y^2 = 4$.

Теорија

- 1.
- 2.
- 3.

Задаци

1. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n+1}{n(n+1)}$.
2. Одредити грничну вредност $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t \ln(1+t) + 1 - \cos t}{t^2}$.
3. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$.
4. Израчунати $\int \frac{6t^2 - 5t + 31}{t^3 - 3t^2 + 5t - 15} dt$.

Теорија

- 1.
- 2.
- 3.

Задаци

1. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n+1}{n(n+1)}$.
2. Одредити грничну вредност $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t \ln(1+t) + 1 - \cos t}{t^2}$.
3. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$.
4. Израчунати $\int \frac{6t^2 - 5t + 31}{t^3 - 3t^2 + 5t - 15} dt$.

Теорија

1. (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 5, X, 7\}$ и $B = \{7, X, Y\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:

(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (8 п.) Дефинисати појмове: (а) левог и десног извода функције у тачки. (б) извода функције у тачки. (в) локалних екстрема непрекидне функције.

Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме (о потребним условима за егзистенцију локалног екстрема).

3. (8 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла, као и основне методе интегралења. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{4n+2} - \sqrt{4n})$.
- Испитати непрекидност функције $f(x) = \begin{cases} \cos x + \sqrt{3}, & x \leq 0; \\ \frac{(1+x)^{\sqrt{3}}}{x}, & x > 0. \end{cases}$
- Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x^2 e^{-x}$.
- Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $y = x$ и $y = x^3$.

Теорија

1. (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 5, X, 7\}$ и $B = \{7, X, Y\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:

(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (8 п.) Дефинисати појмове: (а) левог и десног извода функције у тачки. (б) извода функције у тачки. (в) локалних екстрема непрекидне функције.

Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме (о потребним условима за егзистенцију локалног екстрема).

3. (8 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла, као и основне методе интегралења. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{4n+2} - \sqrt{4n})$.
- Испитати непрекидност функције $f(x) = \begin{cases} \cos x + \sqrt{3}, & x \leq 0; \\ \frac{(1+x)^{\sqrt{3}}}{x}, & x > 0. \end{cases}$
- Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x^2 e^{-x}$.
- Одредити површину lika у равни ограниченог кривама $y = x$ и $y = x^3$.

Теорија

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = \cos x$.
Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

1. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1-\ln(x+2)}{(x+2)^2}$.

2. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{4x^2 + x + 10}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$.

3. Израчунати

(а) $\int_0^\pi 3^x \sin 2x dx$

(б) $\int_{-\infty}^0 (x^2 + 1)e^x dx$

Теорија

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = \cos x$.
Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

1. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1-\ln(x+2)}{(x+2)^2}$.

2. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{4x^2 + x + 10}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$.

3. Израчунати

(а) $\int_0^\pi 3^x \sin 2x dx$

(б) $\int_{-\infty}^0 (x^2 + 1)e^x dx$

Теорија

- (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{7, a, x\}$ и $B = \{x, 7\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1-1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \rightarrow A$ која је и '1-1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (3 п.) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) низа. Навести основну разлику између лimesа и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.
- (3 п.) Исказати и доказати Болцано-Кошијеву теорему. Користећи Болцано-Кошијеву теорему показати да полином $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$ има барем једну реалну нулу.

Задаци

- Математичком индукцијом показати да за све природне бројеве важи: $2 + 7 + 14 + \dots + (n^2 + 2n - 1) = \frac{1}{6}n(2n^2 + 9n + 1)$.
- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-4}{3n+2} \right)^{\frac{(n+1)^2}{9}}$.
- Одредити константу L тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{e^x - 1}, & x < 0; \\ L, & x = 0; \\ \frac{6 \operatorname{tg} x}{\ln(1+3x)}, & x > 0. \end{cases}$$

- Израчунати извод функције

$$(a) f(x) = \frac{\sin(2x+1)}{\ln(x+2)} \qquad (b) g(x) = \operatorname{arctg} x^2 \cos x$$

Теорија

- (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{7, a, x\}$ и $B = \{x, 7\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1-1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \rightarrow A$ која је и '1-1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (3 п.) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) низа. Навести основну разлику између лimesа и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.
- (3 п.) Исказати и доказати Болцано-Кошијеву теорему. Користећи Болцано-Кошијеву теорему показати да полином $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$ има барем једну реалну нулу.

Задаци

- Математичком индукцијом показати да за све природне бројеве важи: $2 + 7 + 14 + \dots + (n^2 + 2n - 1) = \frac{1}{6}n(2n^2 + 9n + 1)$.
- Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-4}{3n+2} \right)^{\frac{(n+1)^2}{9}}$.
- Одредити константу L тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{e^x - 1}, & x < 0; \\ L, & x = 0; \\ \frac{6 \operatorname{tg} x}{\ln(1+3x)}, & x > 0. \end{cases}$$

- Израчунати извод функције

$$(a) f(x) = \frac{\sin(2x+1)}{\ln(x+2)} \qquad (b) g(x) = \operatorname{arctg} x^2 \cos x$$

Биоматематика, јулски рок, 18.07.2014.

Теорија:

1. (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 3, Y\}$ и $B = \{2, X, Y\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и скуп $(A \times B) \cap (B \times A)$. Навести по пример (барем једне) функције:

(а) $f: A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (8 п.) Дефинисати појмове: (а) левог и десног извода функције у тачки. (б) непрекидности функције у тачки. (в) локалног минимума непрекидне функције.

Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.

3. (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницева формулу).

Задаци

1. (8 п.) Израчунати граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} \right)^{\sqrt[3]{n^2}(\sqrt[3]{n+1}-1)}$.
2. (8 п.) Испитати апсолутну и условну конвергенцију алтернирајућег реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{n^3-3}}$.
3. (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^x}{1-x}$.
4. (8 п.) Израчунати вредност одређеног интеграла $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^3 x \, dx$.

Биоматематика, јулски рок, 18.07.2014.

Теорија:

1. (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 3, Y\}$ и $B = \{2, X, Y\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и скуп $(A \times B) \cap (B \times A)$. Навести по пример (барем једне) функције:

(а) $f: A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (8 п.) Дефинисати појмове: (а) левог и десног извода функције у тачки. (б) непрекидности функције у тачки. (в) локалног минимума непрекидне функције.

Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.

3. (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницева формулу).

Задаци

1. (8 п.) Израчунати граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} \right)^{\sqrt[3]{n^2}(\sqrt[3]{n+1}-1)}$.
2. (8 п.) Испитати апсолутну и условну конвергенцију алтернирајућег реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{n^3-3}}$.
3. (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^x}{1-x}$.
4. (8 п.) Израчунати вредност одређеног интеграла $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^3 x \, dx$.

Биоматематика, јулски рок, 18.07.2014.

Теорија:

1. (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 3, Y\}$ и $B = \{2, X, Y\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и скуп $(A \times B) \cap (B \times A)$. Навести по пример (барем једне) функције:

(а) $f: A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.

Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (8 п.) Дефинисати појмове: (а) левог и десног извода функције у тачки. (б) непрекидности функције у тачки. (в) локалног минимума непрекидне функције.

Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.

3. (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

1. (8 п.) Израчунати граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} \right)^{\sqrt[3]{n^2}(\sqrt[3]{n+1}-1)}$.
2. (8 п.) Испитати апсолутну и условну конвергенцију алтернирајућег реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{n^3-3}}$.
3. (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^x}{1-x}$.
4. (8 п.) Израчунати вредност одређеног интеграла $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^3 x \, dx$.

Биоматематика, јунски рок, 28.06.2014.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 9, c\}$ и $B = \{5, c\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и скуп $(A \times B) \cap (B \times A)$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) лimesа низа (б) непрекидности функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме.
- (8 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- (8 п.) Користећи математичку индукцију доказати да за све природне бројеве n важи : $7|3^{2n+1} + 2^{n+2}$.
- (8 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{e^n((n+1)!)^2}$.
- (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-4}}$.
- (8 п.) Решити интеграл $\int \frac{1+\ln x}{x(\ln^4 x - 1)} dx$.

Биоматематика, јунски рок, 28.06.2014.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 9, c\}$ и $B = \{5, c\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и скуп $(A \times B) \cap (B \times A)$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) лimesа низа (б) непрекидности функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме.
- (8 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- (8 п.) Користећи математичку индукцију доказати да за све природне бројеве n важи : $7|3^{2n+1} + 2^{n+2}$.
- (8 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{e^n((n+1)!)^2}$.
- (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-4}}$.
- (8 п.) Решити интеграл $\int \frac{1+\ln x}{x(\ln^4 x - 1)} dx$.

Биоматематика, јунски рок, 28.06.2014.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 9, c\}$ и $B = \{5, c\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и скуп $(A \times B) \cap (B \times A)$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (8 п.) Дефинисати појмове: (а) лimesа низа (б) непрекидности функције у тачки.

Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме.

3. (8 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

1. (8 п.) Користећи математичку индукцију доказати да за све природне бројеве n важи : $7|3^{2n+1} + 2^{n+2}$.

2. (8 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{e^n((n+1)!)^2}$.

3. (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-4}}$.

4. (8 п.) Решити интеграл $\int \frac{1+\ln x}{x(\ln^4 x - 1)} dx$.

Биоматематика, други колоквијум, 19.06.2014.

Теорија:

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = \sin x$. Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати теорему о средњој вредности интеграла.

Задаци:

1. (4 п.) Одредити интервале монотоности, локалне екстремуме, интервале закривљености и превојне тачке функције $f(x) = (x - x^2)e^{-x}$
2. (4 п.) Дата је функција $f(x) = \frac{x^5}{x^4 - 1}$. Одредити област дефинисаности функције и асимптоте графика дате функције.
3. Израчунати интеграле:

а) (4 п.) $\int (x^2 - 5x + 6) \cos 2x \, dx$

б) (3 п.) $\int_0^5 \sqrt{x+4} \, dx$

Биоматематика, други колоквијум, 19.06.2014.

Теорија:

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = \sin x$. Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати теорему о средњој вредности интеграла.

Задаци:

1. (4 п.) Одредити интервале монотоности, локалне екстремуме, интервале закривљености и превојне тачке функције $f(x) = (x - x^2)e^{-x}$
2. (4 п.) Дата је функција $f(x) = \frac{x^5}{x^4 - 1}$. Одредити област дефинисаности функције и асимптоте графика дате функције.
3. Израчунати интеграле:

а) (4 п.) $\int (x^2 - 5x + 6) \cos 2x \, dx$

б) (3 п.) $\int_0^5 \sqrt{x+4} \, dx$

Биоматематика, други колоквијум, 19.06.2014.

Теорија:

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = \sin x$. Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати теорему о средњој вредности интеграла.

Задаци:

1. (4 п.) Одредити интервале монотоности, локалне екстремуме, интервале закривљености и превојне тачке функције $f(x) = (x - x^2)e^{-x}$
2. (4 п.) Дата је функција $f(x) = \frac{x^5}{x^4 - 1}$. Одредити област дефинисаности функције и асимптоте графика дате функције.
3. Израчунати интеграле:

а) (4 п.) $\int (x^2 - 5x + 6) \cos 2x \, dx$

б) (3 п.) $\int_0^5 \sqrt{x+4} \, dx$

Биоматематика, први колоквијум, 10.05.2014.

Теорија:

- (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{5, a\}$ и $B = \{a, c, 5\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (3 п.) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лimesа и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 7 различитих тачака нагомилавања.
- (3 п.) Исказати Вајерштрасову теорему о екстремним вредностима непрекидне функције на сегменту. Да ли важе закључци теореме ако у њеном исказу заменимо сегмент $[a, b]$ са отвореним интервалом (a, b) ?

Задаци

- (3 п.) Доказати да за све природне бројеве n важи исказ: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$
- (3 п.) Израчунати граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+6n}} \right)$.
- (3 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n}+5}{\sqrt{n}+2} \right)^{n\sqrt{n}}$.
- Дата је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\ln(1+3x)}, & x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \end{cases}$
 - (3 п.) Испитати непрекидност и одредити тип прекида дате функције.
 - (3 п.) Израчунати извод дате функције.

Биоматематика, први колоквијум, 10.05.2014.

Теорија:

- (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{5, a\}$ и $B = \{a, c, 5\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (3 п.) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лimesа и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 7 различитих тачака нагомилавања.
- (3 п.) Исказати Вајерштрасову теорему о екстремним вредностима непрекидне функције на сегменту. Да ли важе закључци теореме ако у њеном исказу заменимо сегмент $[a, b]$ са отвореним интервалом (a, b) ?

Задаци

- (3 п.) Доказати да за све природне бројеве n важи исказ: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$
- (3 п.) Израчунати граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+6n}} \right)$.
- (3 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n}+5}{\sqrt{n}+2} \right)^{n\sqrt{n}}$.
- Дата је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\ln(1+3x)}, & x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \end{cases}$
 - (3 п.) Испитати непрекидност и одредити тип прекида дате функције.
 - (3 п.) Израчунати извод дате функције.

Биоматематика, септембарски рок, 09.09.2013.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $C = \{X, Z\}$ и $D = \{1, 3, 6, 8\}$. Одредити Декартов производ скупова $C \times D$ и $D \times C$.
Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : C \longrightarrow D$, која је '1 - 1', (б) $g : C \longrightarrow D$, која је 'на', (в) $h : D \longrightarrow D$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки, (б) извода функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
- (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- (6 п.) Доказати да за све природне бројеве n важи исказ: $1 + 8 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$
- (9 п.) Испитати апсолутну и условну конвергенцију алтернирајућег реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[4]{n^3 + 2n}}$.
- (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 - 4}{1 - x^2}$.
- (9 п.) Израчунати површину лика у равни, ограниченог кривама $y^2 = x$, $x - 2y = 3$

Биоматематика, јулски рок, 05.07.2013.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 5, 8, 9\}$ и $B = \{X, Y\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) левог и десног извода функције у тачки. (б) извода функције у тачки.
(в) локалних екстрема непрекидне функције.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме (о потребним условима за егзистенцију локалног екстрема).
- (8 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- (8 п.) Одредити граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2}} \right)$.
- (8 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!(4n+3)}{5^n((2n+1)!!)^2}$.
- (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$.
- (8 п.) Решити интеграл $\int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{(1+x)^2}$.

Биоматематика, јулски рок, 05.07.2013.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 5, 8, 9\}$ и $B = \{X, Y\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) левог и десног извода функције у тачки. (б) извода функције у тачки.
(в) локалних екстрема непрекидне функције.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме (о потребним условима за егзистенцију локалног екстрема).
- (8 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

- (8 п.) Одредити граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2}} \right)$.
- (8 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!(4n+3)}{5^n((2n+1)!!)^2}$.
- (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$.
- (8 п.) Решити интеграл $\int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{(1+x)^2}$.

Биоматематика, јунски рок, 10.06.2013.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 3\}$ и $B = \{a, c, e\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки (б) извода функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.
- (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницева формулу).

Задаци

- (8 п.) Користећи математичку индукцију доказати да је $9 \mid 4^n + 15n - 1$.
- (8 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 - 2}{3n^2 + n + 3} \right)^{n(n+1)}$.
- (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$.
- (8 п.) Решити интеграл $\int \frac{x^2 + 2}{(x-1)(x+1)^2} dx$

Биоматематика, јунски рок, 10.06.2013.

Теорија:

- (8 п.) Нека су дати скупови: $A = \{2, 3\}$ и $B = \{a, c, e\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f : A \longrightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (8 п.) Дефинисати појмове: (а) непрекидности функције у тачки (б) извода функције у тачки.
Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.
- (8 п.) Објаснити појам одређеног интеграла. Формулисати и доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницева формулу).

Задаци

- (8 п.) Користећи математичку индукцију доказати да је $9 \mid 4^n + 15n - 1$.
- (8 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 - 2}{3n^2 + n + 3} \right)^{n(n+1)}$.
- (12 п.) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$.
- (8 п.) Решити интеграл $\int \frac{x^2 + 2}{(x-1)(x+1)^2} dx$

Биоматематика, други колоквијум, 05.06.2013.

Теорија:

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = x^3$. Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

1. (4 п.) Одредити интервале монотоности, локалне екстремуме, интервале закривљености и превојне тачке функције $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$.
2. (4 п.) Дата је функција $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$. Одредити област дефинисаности функције и асимптоте графика дате функције.
3. Израчунати интеграле:

а) (3 п.) $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^2 x} dx$

б) (4 п.) $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$

Биоматематика, други колоквијум, 05.06.2013.

Теорија:

1. (3 п.) Дефинисати појам извода функције у тачки, а затим из дефиниције извода израчунати извод функције $f(x) = x^3$. Навести основна алгебарска својства извода.
2. (3 п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (4 п.) Објаснити појам неодређеног интеграла. Формулисати доказати Фундаменталну теорему (Њутн-Лајбницову формулу).

Задаци

1. (4 п.) Одредити интервале монотоности, локалне екстремуме, интервале закривљености и превојне тачке функције $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$.
2. (4 п.) Дата је функција $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$. Одредити област дефинисаности функције и асимптоте графика дате функције.
3. Израчунати интеграле:

а) (3 п.) $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^2 x} dx$

б) (4 п.) $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$

Биоматематика, први колоквијум, 24.04.2013.

Теорија:

1. (4 п.) Објаснити појмове: Функција, инверзна функција, композиција функција, релација и релација еквиваленције.
2. (2 п.) Дефинисати појам реда. Када геометријски ред конвергира ?
3. (4 п.) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) функције. Навести локална својства непрекидних функција у тачки, формулисати и доказати Болцано - Кошијеву теорему.

Задаци

1. (3 п.) Доказати да за све природне бројеве n , $n \geq 2$ важи исказ: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$.
2. (4 п.) Израчунати граничну вредност $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{n^3+1}+1}{\sqrt{n^3+1}-1} \right)^{1-n^2}$.
3. (4 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((2n)!)^2}{4^n n^2}$.
4. (4 п.) Одредити реалан број A тако да функција $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sin 4x}, & x < 0 \\ A, & x = 0 \\ \frac{e^{\frac{x}{4}}-1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ буде непрекидна.

Биоматематика, први колоквијум, 24.04.2013.

Теорија:

1. (4 п.) Објаснити појмове: Функција, инверзна функција, композиција функција, релација и релација еквиваленције.
2. (2 п.) Дефинисати појам реда. Када геометријски ред конвергира ?
3. (4 п.) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) функције. Навести локална својства непрекидних функција у тачки, формулисати и доказати Болцано - Кошијеву теорему.

Задаци

1. (3 п.) Доказати да за све природне бројеве n , $n \geq 2$ важи исказ: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$.
2. (4 п.) Израчунати граничну вредност $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{n^3+1}+1}{\sqrt{n^3+1}-1} \right)^{1-n^2}$.
3. (4 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((2n)!)^2}{4^n n^2}$.
4. (4 п.) Одредити реалан број A тако да функција $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sin 4x}, & x < 0 \\ A, & x = 0 \\ \frac{e^{\frac{x}{4}}-1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ буде непрекидна.