

**Теорија:**

- (3п) Нека су дати скупови:  $A = \{5, a, b\}$  и  $B = \{a, 3\}$ . Одредити Декартов производ скупова  $A \times B$  и  $B \times A$ , као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:  
(а)  $f: A \rightarrow B$ , која је '1-1', (б)  $g: A \rightarrow B$ , која је 'на', (в)  $h: A \rightarrow A$  која је и '1-1' и 'на'.  
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор!
- (3п) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лimesа и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.
- (4п) Навести локална својства непрекидних функција у тачки, формулисати и доказати Болцано - Кошијеву теорему.

**Задачи:**

- (4п) Математичком индукцијом доказати да за све природне бројеве  $n$  важи  $9 \mid 4^{n+1} + 6n + 5$ .
  - (3п) Доказати да је низ  $a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$  монотон и ограничен, а затим одредити његову граничну вредност.
  - (2п+2п) Испитати конвергенцију редова:  
а)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{18n+4} + 2021}{n}$ , б)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n \cdot 2^{2n+3}}$ . (условну и апсолутну).
  - (2п+2п) Израчунати лimesе функција:  
а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - \sqrt{x^2 - x + 1}}{2x - x^2}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1+x)^4}{\sin x}$ .
- 

**Теорија:**

- (3п) Нека су дати скупови:  $A = \{5, a, b\}$  и  $B = \{a, 3\}$ . Одредити Декартов производ скупова  $A \times B$  и  $B \times A$ , као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:  
(а)  $f: A \rightarrow B$ , која је '1-1', (б)  $g: A \rightarrow B$ , која је 'на', (в)  $h: A \rightarrow A$  која је и '1-1' и 'на'.  
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор!
- (3п) Дефинисати појам лimesа (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лimesа и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.
- (4п) Навести локална својства непрекидних функција у тачки, формулисати и доказати Болцано - Кошијеву теорему.

**Задачи:**

- (4п) Математичком индукцијом доказати да за све природне бројеве  $n$  важи  $9 \mid 4^{n+1} + 6n + 5$ .
  - (3п) Доказати да је низ  $a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$  монотон и ограничен, а затим одредити његову граничну вредност.
  - (2п+2п) Испитати конвергенцију редова:  
а)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{18n+4} + 2021}{n}$ , б)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n \cdot 2^{2n+3}}$ . (условну и апсолутну).
  - (2п+2п) Израчунати лimesе функција:  
а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - \sqrt{x^2 - x + 1}}{2x - x^2}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1+x)^4}{\sin x}$ .
-