

Аналитичка геометрија - колоквијум (13.06.2023.)

Презиме и име

Индекс

Поени

 /

Обавезно прочитати!

У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (3 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. **Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!**

1 	Нека су A, B, C и O различите тачке такве да је $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{BC}$. Тада је $\overrightarrow{OC} = \boxed{-\frac{1}{2}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\frac{3}{2}} \overrightarrow{OB}$
2 	Нека је ABC троугао, и P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BQ} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{CQ}$. Ако се AQ и CP секу у тачки R, тада је $AR : QR = \boxed{\frac{7}{15}}.$
3 	Нека су $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вектори такви да је $\ \vec{a}\ = \ \vec{b}\ = 1$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$. Ако је $\vec{c} \perp \vec{a} \times \vec{b}$ и такав да је $\vec{c} \circ \vec{a} = 8$ и $\vec{b} \circ \vec{c} = 7$, тада је $\vec{c} = \boxed{6} \vec{a} + \boxed{4} \vec{b}$
4 	Ако су $A(0,0)$, $B(1,2)$ и $C(2,1)$ темена троугла, онда је његова површина једнака $\boxed{\frac{3}{2}}$
5 	Квадар $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ има дужине ивица $AB = 2$, $AD = 1$ и $AA_1 = 3$, а тачка E је средиште ивице $C_1 D_1$. У координатном систему $Axyz$ базни вектори су јединични вектори $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ и $\vec{e}_3$ истог правца и смера редом као вектори $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$. У координатном систему $B_1 x' y' z'$ базни вектори су $\vec{f}_1 = \overrightarrow{B_1 C}$, $\vec{f}_2 = \overrightarrow{B_1 C_1}$, $\vec{f}_3 = \overrightarrow{B_1 E}$. Веза између старих и нових координата је: $\begin{aligned} x &= \boxed{0} x' + \boxed{0} y' + \boxed{-1} z' + \boxed{2} \\ y &= \boxed{1} x' + \boxed{1} y' + \boxed{1} z' + \boxed{0} \\ z &= \boxed{-3} x' + \boxed{0} y' + \boxed{0} z' + \boxed{3} \end{aligned}$

6	Врх тетраедра је теме коцке ивице 2, а темена основе су средишта страна (пљосни) коцке које не садрже врх. Запремина тетраедра је $\frac{2}{3}$
7	Тачка симетрична тачки $(1, 2)$ у односу на праву $p : x + y + 1 = 0$ има координате $(-3, -2)$
8	Једначине тангенти из тачке $A(-6, 8)$ на круг $k : (x + 8)^2 + (y - 4)^2 = 4$ су $p : \frac{x - 6}{0} = \frac{y - 2}{5}, \quad q : \frac{x - 2}{4} = \frac{y - 14}{3}.$
9	За неко $\lambda \in \mathbb{R}$, пресечна тачка правих $p : \frac{x - 3}{\lambda} = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 1}{1}$ и $q : 2x + y - z = 1, 3x - y = 1$ има координате $(1, 2, 3)$
10	Раван која садржи праву $p : \frac{x - 1}{1} = \frac{y - 2}{2} = \frac{z + 3}{3}$ и паралелна је правој $q : \frac{x - 2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z + 1}{3}$ има једначину $3x + 0y - z - 6 = 0$