

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
ДЕЦЕМБАР ПС - 28.12.2025. године
Време рада: 135мин. Срећно!



- Нека су O и H центар описаног круга и ортоцентар оштроуглог троугла ABC , редом.
а) [6п] Ако постоје, одредити реалне бројеве α , β и γ такве да је $\overrightarrow{OA_1} = \alpha \overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{OB_1} = \beta \overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{OC_1} = \gamma \overrightarrow{CH}$, при чему су тачке A_1 , B_1 и C_1 средишта страница BC , AC и AB , редом.
б) [5п] Ако су T_1 , T_2 и T_3 тежишта троуглова HBC , HCA и HAB , редом, доказати да важи $\overrightarrow{AT_1} + \overrightarrow{BT_2} + \overrightarrow{CT_3} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.
в) [5п] Ако је P површина троугла ABH и тачке D и E такве да је $\overrightarrow{OD} = -7\overrightarrow{OB_1}$ и $\overrightarrow{OE} = 8\overrightarrow{A_1E}$, изразити површину троугла ODE у функцији од P .
- Дате су тачка $T(0, 2, 3)$, права $p: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ и раван $\alpha: x - 3y + 4z + 2025 = 0$.
а) [7п] Одредити једначину равни β која садржи праву p и нормална је на раван α .
б) [7п] Одредити једначину праве l која садржи тачку T , паралелна је равни α и сече праву p .
- [15п] Одредити геометријско место тачака из којих се хипербола $H: 9x^2 - 16y^2 = 144$ види под правим углом.
- [13п] Површ $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xy - 2yz = 1$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формуле те трансформације. Која површ је у питању?
- [12] Одредити растојање између градова Отава ($45^\circ N, 75^\circ W$) и Кејптаун ($45^\circ S, 15^\circ E$), ако се зна да је полупречник планете Земље приближно $R = 6371 km$.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
ДЕЦЕМБАР ПС - 28.12.2025. године
Време рада: 135мин. Срећно!



- Нека су O и H центар описаног круга и ортоцентар оштроуглог троугла ABC , редом.
а) [6п] Ако постоје, одредити реалне бројеве α , β и γ такве да је $\overrightarrow{OA_1} = \alpha \overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{OB_1} = \beta \overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{OC_1} = \gamma \overrightarrow{CH}$, при чему су тачке A_1 , B_1 и C_1 средишта страница BC , AC и AB , редом.
б) [5п] Ако су T_1 , T_2 и T_3 тежишта троуглова HBC , HCA и HAB , редом, доказати да важи $\overrightarrow{AT_1} + \overrightarrow{BT_2} + \overrightarrow{CT_3} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.
в) [5п] Ако је P површина троугла ABH и тачке D и E такве да је $\overrightarrow{OD} = -7\overrightarrow{OB_1}$ и $\overrightarrow{OE} = 8\overrightarrow{A_1E}$, изразити површину троугла ODE у функцији од P .
- Дате су тачка $T(0, 2, 3)$, права $p: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ и раван $\alpha: x - 3y + 4z + 2025 = 0$.
а) [7п] Одредити једначину равни β која садржи праву p и нормална је на раван α .
б) [7п] Одредити једначину праве l која садржи тачку T , паралелна је равни α и сече праву p .
- [15п] Одредити геометријско место тачака из којих се хипербола $H: 9x^2 - 16y^2 = 144$ види под правим углом.
- [13п] Површ $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xy - 2yz = 1$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формуле те трансформације. Која површ је у питању?
- [12] Одредити растојање између градова Отава ($45^\circ N, 75^\circ W$) и Кејптаун ($45^\circ S, 15^\circ E$), ако се зна да је полупречник планете Земље приближно $R = 6371 km$.