Математички факултет, Универзитет у Београду
Анализа 2 (Р смер) - други поправак другог колоквијума
26.9.2024.

1. [15] Дате су површи $S_1:\ x^2+y^2=10z$ и $S_2:\ (x-2)^2+y^2=1$. Израчунати

$$\int_\gamma x^2y\,dx+2yz\,dy+(z-x)\,dz,$$

при чему је γ крива која је пресек површи S_1 и S_2 позитивно оријентисана гледано из $(2024,0,0)$.

2. [15] Израчунати

$$\iint_S (16-x)\,dydz+(y+x^{xz})\,dzdx+(zy^2+x^{\sin y})\,dxdy,$$

где је S спољна страна површи $4z^2+4y^2=(x+4)^2$, $0\leqslant x\leqslant 2$.

3. а) [4] Испитати равномерну конвергенцију на сегменту $[0,1]$ низа функција $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$ задатог са $f_n(x)=\dfrac{nx^2}{1+nx}$.

   б) [3] Одредити највећи могући скуп $A\subseteq\mathbb{R}$ такав да ред $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^ne^{-nx}}{n^2}$ равномерно конвергира на A.

4. Дата је 2-периодична функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ са:

$$f(x)=\begin{cases}\sin(\pi x), & \text{ако је } x\in[-1,0];\\ 1+\cos(\pi x), & \text{ако је } x\in(0,1).\end{cases}$$

   а) [6] Наћи Фуријеов ред функције f.

   б) [3] Наћи суму $\displaystyle\sum_{n=5}^{+\infty}\frac{1}{4n^2-1}$.

   г) [4] Ако са $S(x)$ означимо суму реда из дела под а), наћи $S(2023)$ и $S(2024)$.

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.