

1. Израчунати следеће интеграле

(1) $\int \frac{\ln(2x+2)}{(x+3)^3} dx,$

(2) $\int \frac{6x-1}{\sqrt{4-x^2}} dx,$

(3) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + \sin 4x \cos 3x + \cos x}{|\sin x| + \cos^2 x} dx.$

2. Испитати конвергенцију следећих интеграла

(1) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x^5 + x^3)\sqrt{x^2 - x}},$

(2) $\int_0^1 \frac{(2x-1)\sin 5x}{\ln(1+2x^2)(x+\sqrt{x})} dx.$

3. а) Испитати конвергенцију следећих редова

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n},$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^n n!}{(2n)!}.$

б) Одредити област конвергенције реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n(n^3+1)} x^n.$

4. Дат је низ функција $f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n}.$

а) Испитати равномерну конвергенцију овог низа на скупу $[\frac{1}{2}, 2].$ б) Испитати равномерну конвергенцију овог низа на скупу $[2, +\infty).$

5. Развити функцију $f(x) = 3x + 1$ у Фуријеов ред на $(-\pi, \pi)$ и израчунати суму $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin n}{n}.$

(Писмени испит укупно вреди 50 поена. Време за рад је 3 сата.)

1. Израчунати следеће интеграле

(1) $\int \frac{\ln(2x+2)}{(x+3)^3} dx,$

(2) $\int \frac{6x-1}{\sqrt{4-x^2}} dx,$

(3) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + \sin 4x \cos 3x + \cos x}{|\sin x| + \cos^2 x} dx.$

2. Испитати конвергенцију следећих интеграла

(1) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x^5 + x^3)\sqrt{x^2 - x}},$

(2) $\int_0^1 \frac{(2x-1)\sin 5x}{\ln(1+2x^2)(x+\sqrt{x})} dx.$

3. а) Испитати конвергенцију следећих редова

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n},$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^n n!}{(2n)!}.$

б) Одредити област конвергенције реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n(n^3+1)} x^n.$

4. Дат је низ функција $f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n}.$

а) Испитати равномерну конвергенцију овог низа на скупу $[\frac{1}{2}, 2].$ б) Испитати равномерну конвергенцију овог низа на скупу $[2, +\infty).$

5. Развити функцију $f(x) = 3x + 1$ у Фуријеов ред на $(-\pi, \pi)$ и израчунати суму $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin n}{n}.$

(Писмени испит укупно вреди 50 поена. Време за рад је 3 сата.)