

1. Израчунати следеће интеграле

$$(1) \int x^5 \operatorname{arctg}(x^2) dx, \quad (2) \int \frac{dx}{x + \sqrt{2x - x^2}}, \quad (3) \int_{-10\pi}^{10\pi} \frac{\sin^3 x (x^4 + \cos^2 x) + \cos x}{\cos^2 x + |\sin x|} dx.$$

2. Испитати конвергенцију следећих интеграла

$$(1) \int_0^1 \frac{(e^{\sqrt{x}} - 1) \operatorname{arctg} \sqrt{1-x}}{\sqrt[4]{x^5 + x^7} \sin(1-x)} dx, \quad (2) \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^3 + 1) \ln^2(x+1)} dx.$$

3. Испитати апсолутну и условну конвергенцију следећих редова

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2023} (2 + (-1)^n)^n}{3^{2n}}, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{1}{n}) \sqrt{2n+1}, \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-e)^n}{n(e^n + 1)}.$$

4. а) Испитати равномерну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \ln n}{x^2 + n^3}$ на $\mathbb{R}$.

$$\text{б) Израчунати } \lim_{x \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \ln n}{x^2 + n^3} \text{ и } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \ln n}{x^2 + n^3}.$$

5. Развити функцију $f(x) = e^{5x} + 2$ у Фуријеов ред на $(-\pi, \pi]$ и израчунати суме $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 25}$ и

$$B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 25}.$$

(Писмени испит укупно вреди 50 поена. Време за рад је 3 сата.)

1. Израчунати следеће интеграле

$$(1) \int x^5 \operatorname{arctg}(x^2) dx, \quad (2) \int \frac{dx}{x + \sqrt{2x - x^2}}, \quad (3) \int_{-10\pi}^{10\pi} \frac{\sin^3 x (x^4 + \cos^2 x) + \cos x}{\cos^2 x + |\sin x|} dx.$$

2. Испитати конвергенцију следећих интеграла

$$(1) \int_0^1 \frac{(e^{\sqrt{x}} - 1) \operatorname{arctg} \sqrt{1-x}}{\sqrt[4]{x^5 + x^7} \sin(1-x)} dx, \quad (2) \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^3 + 1) \ln^2(x+1)} dx.$$

3. Испитати апсолутну и условну конвергенцију следећих редова

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2023} (2 + (-1)^n)^n}{3^{2n}}, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{1}{n}) \sqrt{2n+1}, \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-e)^n}{n(e^n + 1)}.$$

4. а) Испитати равномерну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \ln n}{x^2 + n^3}$ на $\mathbb{R}$.

$$\text{б) Израчунати } \lim_{x \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \ln n}{x^2 + n^3} \text{ и } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \ln n}{x^2 + n^3}.$$

5. Развити функцију $f(x) = e^{5x} + 2$ у Фуријеов ред на $(-\pi, \pi]$ и израчунати суме $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 25}$ и

$$B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 25}.$$

(Писмени испит укупно вреди 50 поена. Време за рад је 3 сата.)