

Математички факултет, Универзитет у Београду  
Анализа 1 (токови 1О2 и 1О3) – писмени испит (Септембар 2)  
30.10.2025.

1. Дат је низ  $a_n = \frac{1 + 3^n}{2^n + 4^n}$ .
  - а) [1] Израчунати  $a_1, a_2$  и  $a_3$ .
  - б) [9] Одредити  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ .
  - в) [5] Испитати монотоност низа  $(a_n)$ .
  - г) [9] Одредити супремум, инфимум, максимум и минимум скупа  $A = \{5a_n - 6a_n^2 \mid n \in \mathbb{N}\}$  ако постоје.
2. [14] Одредити број решења једначине  $x^3 = 6 \operatorname{arctg} x + a$  у зависности од параметра  $a \in \mathbb{R}$ .
3. Дата је функција  $f(x) = \sqrt{\frac{(x+1)(x+6)^2}{x}}$ .
  - а) [4] Одредити домен и нуле функције  $f$  и испитати њен знак.
  - б) [6] Испитати диференцијабилност функције  $f$  у тачки  $-6$  и наћи  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x)$ .
  - в) [6] Одредити константе  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}$  такве да важи  $f(x) = a_1x + b_1 + \frac{c_1}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$ ,  $x \rightarrow +\infty$  и  $f(x) = a_2x + b_2 + \frac{c_2}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$ ,  $x \rightarrow -\infty$ .
  - г) [2] Наћи асимптоте функције  $f$ .
  - д) [2] Да ли је функција  $f$  ограничена одозго и одоздо?
  - ђ) [15] Нека је  $\Phi$  фигура у равни ограничена графиком функције  $f$  и правама  $x = 1$ ,  $x = 8$  и  $y = 0$ . Израчунати површину фигуре  $\Phi$ .
4. а) [9] Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \operatorname{arctg} n}{n^2}$ .  
б) [5] Испитати монотоност низа  $b_n = \frac{\operatorname{arctg} n}{n}$ .  
в) [13] Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \operatorname{arctg} n}{n}$ .

**Напомена:** У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи бодова. Време за израду задатака је 180 минута.