

1. Дата је функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \sqrt[3]{4x+4} \arctg(x+1) + be^{\frac{x}{8}}, & x \leq 1, \\ \frac{x\sqrt{x-1}}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

- а) [16] Одредити реалне бројеве a и b такве да функција f буде диференцијабилна на $\mathbb{R}$.
- б) [4] За добијене вредности бројева a и b у претходном делу испитати ограниченост функције f на интервалу $[-3, 5]$.
2. Дата је функција $f(x) = \frac{x^2}{2x-1} e^{-\frac{1}{x}}$.
- а) [20] Испитати ток и скицирати график функције f .
- б) [5] Да ли постоји тангента на график функције f која пролази кроз координатни почетак?

3. Дати су низови $a_n = \frac{1}{n}$ и $b_n = 3 \cdot (-1)^n$ за $n \in \mathbb{N}$.

- а) [4] Испитати монотоност и ограниченост низова (a_n) и (b_n) .
- б) [5] Нека су скупови $A = \{a_n b_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ и $B = \{\frac{b_n}{a_n} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Испитати да ли ови скупови имају супремум, инфимум, максимум и минимум и одредити их уколико је одговор потврдан.
- в) [3] Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n)$ уколико постоји.
- г) [3] Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{a_n + 1} \right)^{\frac{1}{a_n}}$ уколико постоји.

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 150 минута.

1. Дата је функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \sqrt[3]{4x+4} \arctg(x+1) + be^{\frac{x}{8}}, & x \leq 1, \\ \frac{x\sqrt{x-1}}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

- а) [16] Одредити реалне бројеве a и b такве да функција f буде диференцијабилна на $\mathbb{R}$.
- б) [4] За добијене вредности бројева a и b у претходном делу испитати ограниченост функције f на интервалу $[-3, 5]$.
2. Дата је функција $f(x) = \frac{x^2}{2x-1} e^{-\frac{1}{x}}$.
- а) [20] Испитати ток и скицирати график функције f .
- б) [5] Да ли постоји тангента на график функције f која пролази кроз координатни почетак?

3. Дати су низови $a_n = \frac{1}{n}$ и $b_n = 3 \cdot (-1)^n$ за $n \in \mathbb{N}$.

- а) [4] Испитати монотоност и ограниченост низова (a_n) и (b_n) .
- б) [5] Нека су скупови $A = \{a_n b_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ и $B = \{\frac{b_n}{a_n} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Испитати да ли ови скупови имају супремум, инфимум, максимум и минимум и одредити их уколико је одговор потврдан.
- в) [3] Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n)$ уколико постоји.
- г) [3] Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{a_n + 1} \right)^{\frac{1}{a_n}}$ уколико постоји.

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 150 минута.