

1. Дата је функција $f(x) = 2x + \frac{e}{\ln|x| - 3}$.
 - а) Испитати ток и скицирати график функције f .
 - б) У зависности од реалног параметра a , наћи број решења једначине $f(x) = a$.
2. а) Испитати конвергенцију интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(\sqrt{(\log x) + \log^2 x})}$.
 - б) Израчунати $\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
3. Нека је $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ диференцијабилна функција таква да је $|f(x)| \leq e^{-\sqrt{x}}$ и $f'(x) = -3f(x) + 6f(2x)$, за $x > 0$ и нека је $I_n = \int_0^{+\infty} x^n f(x) dx$.
 - а) Наћи I_n у зависности од I_0 .
 - б) Ако је $a_n = \frac{3^n I_n}{n!}$, доказати да низ $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$ конвергира и да важи: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0 \Leftrightarrow I_0 = 0$.
 - в) У зависности од реалног параметра α , испитати конвергенцију реда $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{n^\alpha}$.
 - г) Да ли за оне α за које конвергира ред из дела под в), конвергира и следећи ред:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{a_n}{n^\alpha} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n ?$$

4. Нека је $f : [1, 3] \rightarrow (-1, 1)$ непрекидна функција, таква да је $\int_1^3 f(x) dx = 0$.
 - а) Ако је $F(x) = \int_1^x f(t) dt$, доказати да за свако $x \in [1, 3]$ важи $F(x) \leq \min\{x-1, 3-x\}$.
 - б) Доказати да је $\int_1^3 \frac{f(x)}{x} dx \leq \ln \frac{4}{3}$.