

Писмени испит из Анализе 16, 19. 6. 2017.

1. Израчунати интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}}.$$

2. У зависности од реалног параметра $\alpha \geq 0$ испитати апсолутну и условну конвергенцију интеграла

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{\sin x} \sin(2x)}{x^\alpha} dx.$$

3. У зависности од реалног параметра p испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \log^2(\sqrt[n]{n}) \frac{\cos(\frac{n^2}{n+1}\pi)}{(1+n)^p \log^3 n}.$$

4. Нека је $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ диференцијабилна функција таква да је $\int_0^1 f'^2(x) dx < \frac{5}{3}$. Показати да је:

$$\int_0^1 x f'(x) dx < 1.$$