

Домаћи задатак 2, април 2015.

1. Обележје X има униформну расподелу $U[a, 1]$, где је a непознати параметар, $a < 1$.

a) На основу простог случајног узорка обима n наћи оцене $\hat{a}$ и $\hat{\hat{a}}$ непознатог параметра методом максималне веродостојности и методом момената.

b) Испитати непристрасност и постојаност оцене $\hat{a}$.

c) Испитати непристрасност и постојаност оцене $\hat{\hat{a}}$.

2. Обележје X има функцију густине

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, \quad x \in (0, 1),$$

где су $\alpha, \beta > 0$ непознати параметри и $\Gamma(\cdot)$ Гама функција.

a) На основу простог случајног узорка обима n наћи оцене $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ непознатих параметара методом момената.

b) На основу простог случајног узорка обима n наћи оцену $\hat{\hat{\alpha}}$ непознатог параметра α методом максималне веродостојности када је $\beta = 1$.

c) Испитати непристрасност оцене $\hat{\hat{\alpha}}$.

3. Обележје X има закон расподеле

$$X : \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ \frac{\theta}{3} & 1 - \frac{2\theta}{3} & \frac{\theta}{3} \end{pmatrix},$$

где је $\theta \in (0, \frac{3}{2})$ непознат параметар.

На основу простог случајног узорка обима n наћи оцену $\hat{\theta}$ непознатог параметра θ методом максималне веродостојности и испитати непристрасност и постојаност оцене.