

MATHEMATICA je matematički softver za simboličko i numeričko rešavanje problema iz matematike, fizike, medicine, finansija itd.

Glavni dokument u kom se pišu programi se sastoji od niza ćelija. Svaka ćelija je označena uglastom zagradom na desnoj strani dokumenta. Ćelija može da sadrži: tekst, formule i grafiku.

Izračunavanje ćelije se zahteva pritiskom shift+enter. Tada se ćeliji dodaje oznaka In[n] gde je n odgovarajući prirodan broj, a rezultat se upisuje u ćeliju označenu sa Out[n] i te dve ćelije se grupišu.

Mathematica podržava osnovne aritmetičke operacije:

In[1]:= **5 + 4**

Out[1]= 9

In[2]:= **10 - 7**

Out[2]= 3

In[3]:= **3 * 7**

Out[3]= 21

Međutim, ako otkucamo 5/4 dobijamo razlomak pet četvrtina, a ne 1.25.

Dakle, da bismo dobili klasično deljenje koristimo ./

In[4]:= **5 / 4**

Out[4]= $\frac{5}{4}$

In[5]:= **5. / 4**

Out[5]= 1.25

In[6]:= **5 ^ 3**

Out[6]= 125

Da bismo dobili stepen u eksponentu koristimo ctrl+^

In[7]:= **5⁴**

Out[7]= 625

Slično za razlomak (ctrl+ /)

In[8]:= $\frac{5}{4}$

Out[8]= $\frac{5}{4}$

Možemo da izračunamo i npr. 200! što recimo u C-u nije moguće.

In[10]:= **200 !**

Out[10]= 788 657 867 364 790 503 552 363 213 932 185 062 295 135 977 687 173 263 294 742 533 244 359 449 963 \
403 342 920 304 284 011 984 623 904 177 212 138 919 638 830 257 642 790 242 637 105 061 926 624 952 \
829 931 113 462 857 270 763 317 237 396 988 943 922 445 621 451 664 240 254 033 291 864 131 227 428 \
294 853 277 524 242 407 573 903 240 321 257 405 579 568 660 226 031 904 170 324 062 351 700 858 796 \
178 922 222 789 623 703 897 374 720 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

Matematika poštuje sva pravila koja se tiču prioriteta operacija, a grupisanje se vrši upotrebom običnih zagrada.

In[11]:= **(2 + 3) * 3 - 2**

Out[11]= 13

% predstavlja poslednji rezultat

In[12]:= **% * 2**

Out[12]= 26

Neki specijalni karakteri:

In[]:= **I**

Out[]= i

In[13]:= **E**

Out[13]= e

In[14]:= **Pi**

Out[14]= π

Matematika podržava i razne matematičke funkcije. Osnovne funkcije se pišu velikim početnim slovom, a njihov argument se nalazi u uglastim zagradama.

In[15]:= **Sqrt[2]**

Out[15]= $\sqrt{2}$

In[16]:= **N[%]**

Out[16]= 1.41421

In[17]:= **Exp[3]**

Out[17]= e^3

In[18]:= **N[%]**

Out[18]= 20.0855

Log[] je prirodan logaritam.

In[19]:= **Log[E]**

Out[19]= 1

Log[osnova, argument]:

In[20]:= **Log**[8, 2]

Out[20]= $\frac{1}{3}$

In[21]:= **Cos**[Pi / 2]

Out[21]= 0

In[22]:= **Sin**[Pi / 2]

Out[22]= 1

In[23]:= **Tan**[Pi / 2]

Out[23]= ComplexInfinity

In[24]:= **Cot**[Pi / 4]

Out[24]= 1

Možemo da radimo i sa stepenima:

In[25]:= **Sin**[45 * Degree]

Out[25]= $\frac{1}{\sqrt{2}}$

In[26]:= **ArcSin**[1]

Out[26]= $\frac{\pi}{2}$

Povratnu vrednost funkcije možemo dodeliti i nekoj promenljivoj.

In[27]:= **ugao** = **ArcSin**[0.66]

Out[27]= 0.720819

In[28]:= **ugao**

Out[28]= 0.720819

In[29]:= **% / Degree**

Out[29]= 41.2999

Prilikom rada recimo sa iracionalnim brojevima nekad nam je zgodno da razvijemo izraz, a to se postiže korišćenjem funkcije **Expand**.

In[30]:= **(3 + 5 Sqrt[6]) ^ 4**

Out[30]= $(3 + 5\sqrt{6})^4$

In[31]:= **Expand**[%]

Out[31]= $30681 + 9540\sqrt{6}$

Za uprošćavanje izraza koristimo **Simplify**.

In[32]:= **Simplify**[5 / (Sqrt[3] - 2)]

Out[32]= $-5(2 + \sqrt{3})$

Osim sa brojevima, može se računati i korišćenjem simboličkih izraza.

Napomena : Proizvod promenljivih a i b se piše $a b$ (sa razmakom), jer će ab biti shvaćeno kao jedna promenljiva.

In[33]:= **Expand**[($a b - c d$)² + ($a d + b c$)²]

Out[33]= $a^2 b^2 + b^2 c^2 - 2 a b c d + 2 a b c d + a^2 d^2 + c^2 d^2$

In[34]:= **Expand**[($a b - c d$)² + ($a d + b c$)²]

Out[34]= $a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 d^2 + c^2 d^2$

Integraciju vršimo upotrebom funkcije **Integrate**. Kao prvi argument navodimo funkciju koju integralimo, a kao drugi promenljivu po kojoj vršimo integraciju. Ako ne navedemo granicu radi se o neodređenom integralu.

In[35]:= **Integrate**[$t * \text{Cos}[t]$, t]

Out[35]= $\text{Cos}[t] + t \text{Sin}[t]$

In[36]:= **Integrate**[$\text{Cos}[t]$, { t , 0, $\text{Pi}/2$ }]

Out[36]= 1

Primetimo da u rezultatu nema konstante integracije!

Ako pokušamo da rešimo neki analitički nerešiv integral dobićemo informaciju o grešci Erf.

In[37]:= **Integrate**[$\text{Exp}[-t^2]$, t]

Out[37]= $\frac{1}{2} \sqrt{\pi} \text{Erf}[t]$

No, možemo ga numerički rešiti:

In[38]:= **NIntegrate**[$\text{Exp}[-t^2]$, { t , 0, 10}]

Out[38]= 0.886227

Matematika ume da rešava i nesvojstvene integrale i da nam obavesti kada je integral divergentan.

In[39]:= **Integrate**[$1/t$, { t , 1, Infinity}]

 **Integrate**: Integral of $\frac{1}{t}$ does not converge on {1, ∞}.

Out[39]= $\int_1^{\infty} \frac{1}{t} dt$

Da bismo pronašli izvod funkcije koristimo funkciju **D**[]. Kao prvi argument navodimo funkciju koju diferenciramo, a kao drugi promenljivu po kojoj vršimo diferenciranje i stepen izvoda koji želimo.

In[40]:= **D**[$3 x^4 + 2 x$, { x , 2}]

Out[40]= $36 x^2$

Za računanje limesa koristimo funkciju **Limit**[].

Da bi se izračunao desni limes moramo navesti **Direction** -> -1, a levi limes treba navesti **Direction** -> 1.

In[41]:= **Limit**[$x / \text{Abs}[x]$, $x \rightarrow 0$, **Direction** $\rightarrow -1$]

Out[41]= 1

In[42]:= **Limit**[$x / \text{Abs}[x]$, $x \rightarrow 0$, **Direction** $\rightarrow 1$]

Out[42]= -1

Za rešavanje jednačina i sistema koristimo **Solve[]**.

Jednačine razdvajamo znakom **&&** i koristimo **=** jer = predstavlja dodelu!!!

In[43]:= **Solve**[$3x + 2 == 0$, x]

Out[43]= $\left\{ \left\{ x \rightarrow -\frac{2}{3} \right\} \right\}$

In[44]:= **Solve**[$3x + 2y == 0 \ \&\& \ 2x + 3y == 2$, $\{x, y\}$]

Out[44]= $\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{2}{5}, y \rightarrow -\frac{3}{5} \right\} \right\}$

Za rešavanje nejednačina koristimo **Reduce**.

In[45]:= **Reduce**[$4x - 5 > 9$, x]

Out[45]= $x > \frac{7}{2}$

Polinomi :

In[46]:= $x^3 + 2x - 3 + x^2 + 3x$

Out[46]= $-3 + 5x + x^2 + x^3$

Primećujemo da je Matematika sredila izraz, kao i da se polinomi uvek zapisuju počev od najnižeg stepena.

Za faktorisanje polinoma se koristi funkcija **Factor[]**.

Za korene polinoma koristimo **Roots[]**.

In[47]:= **Factor**[$x^2 + 5x + 6$]

Out[47]= $(2 + x)(3 + x)$

In[48]:= **Roots**[$x^2 - 5x + 6 == 0$, x]

Out[48]= $x == 2 \mid \mid x == 3$

$x \rightarrow$ vrednost predstavlja "x se menja sa vrednost". Dakle, ne dodeljuje se ta vrednost promenljivoj x!!!

In[49]:= $x^2 + 2x + x^3 /. x \rightarrow 2$

Out[49]= 16

In[50]:= x

Out[50]= x

Vektori se definišu kao obične liste, na sledeći način :

In[51]:= **vv** = {1, 2, 3}

Out[51]= {1, 2, 3}

In[52]:= **vu = {1, 1, 1}**

Out[52]= {1, 1, 1}

Sve operacije sa vektorima su podržane :

In[53]:= **vv + vu**

Out[53]= {2, 3, 4}

In[54]:= **vv - vu**

Out[54]= {0, 1, 2}

In[55]:= **2 * vv**

Out[55]= {2, 4, 6}

- $vv \cdot vu$ je pokoodinatno množenje vektora

- skalarni proizvod se dobija sa . ili funkcijom Dot[]

- vektorski proizvod se dobija funkcijom Cross[] (vektori moraju da budu trodimenzioni)

In[56]:= **vv * vu**

Out[56]= {1, 2, 3}

In[57]:= **vv.vu**

Out[57]= 6

In[58]:= **Dot[vv, vu]**

Out[58]= 6

In[59]:= **Cross[vv, vu]**

Out[59]= {-1, 2, -1}

Za ugao između vektora možemo koristiti funkciju VectorAngle[] ili možemo računati klasično, korišćenjem skalarnog proizvoda.

Za računanje norme koristimo funkciju Norm[].

In[60]:= **VectorAngle[vv, vu]**

Out[60]= $\text{ArcCos}\left[\sqrt{\frac{6}{7}}\right]$

In[61]:= **ugao = ArcCos[(vv.vu) / (Norm[vv] * Norm[vu])]**

Out[61]= $\text{ArcCos}\left[\sqrt{\frac{6}{7}}\right]$

Ako hoćemo da dobijemo ugao u radijanima :

In[62]:= **N[%]**

Out[62]= 0.387597

A u stepenima :

In[63]:= **% / Degree**

Out[63]= 22.2077

Indeksiranje se vrši uz pomoć operatora[[]].

Indeksiranje u Matematici počinje od 1!!!!

```
In[64]:= vv[[2]]
```

```
Out[64]= 2
```

Matrica se definiše kao lista listi.

```
In[91]:= A = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 9}}
```

```
Out[91]= {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 9}}
```

Matricu možemo prebaciti i u matričnu reprezentaciju korišćenjem naredbe // MatrixForm

MatrixForm je samo način predstavljanja i kao takav ne podržava matrične operacije!!! Za bilo kakva izračunavanja mora da se koristi vektorski oblik.

```
In[92]:= % // MatrixForm
```

```
Out[92]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

```
In[68]:= B = {{1, 2, 0}, {2, 3, 4}, {1, 5, 6}}
```

```
Out[68]= {{1, 2, 0}, {2, 3, 4}, {1, 5, 6}}
```

```
In[69]:= % // MatrixForm
```

```
Out[69]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

```
In[70]:= A + B
```

```
Out[70]= {{2, 4, 3}, {6, 8, 10}, {8, 13, 15}}
```

```
In[71]:= A - B
```

```
Out[71]= {{0, 0, 3}, {2, 2, 2}, {6, 3, 3}}
```

$A*B$ je pookoordinatni proizvod, da bismo dobili proizvod matrica koristimo operator .

```
In[72]:= A * B
```

```
Out[72]= {{1, 4, 0}, {8, 15, 24}, {7, 40, 54}}
```

```
In[73]:= A.B
```

```
Out[73]= {{8, 23, 26}, {20, 53, 56}, {32, 83, 86}}
```

$^$ je stepenovanje matrica : $A^3 = A*A*A$

$A^{(-1)}$ je recipročna matrica, ne inverzna!!!

Za dobijanje inverzne matrice koristimo Inverse[]

```
In[74]:= Inverse[B]
```

```
Out[74]= {{1/9, 2/3, -4/9}, {4/9, -1/3, 2/9}, {-7/18, 1/6, 1/18}}
```

Transponovana matrica : Transpose[]

Determinanta : Det[]

Jedinicna matrica : IdentityMatrix[]

Sopstvene vrednosti i sopstveni vektori: Eigenvalues[] i Eigenvectors[]

In[75]:= **Transpose[B]**

Out[75]= $\{\{1, 2, 1\}, \{2, 3, 5\}, \{0, 4, 6\}\}$

In[76]:= **Det[A]**

Out[76]= 0

In[77]:= **IdentityMatrix[3]**

Out[77]= $\{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}$

In[78]:= **Eigenvalues[A]**

Out[78]= $\left\{\frac{3}{2}(5 + \sqrt{33}), \frac{3}{2}(5 - \sqrt{33}), 0\right\}$

In[79]:= **Eigenvectors[A]**

Out[79]= $\left\{\left\{-\frac{15 - \sqrt{33}}{33 + 7\sqrt{33}}, \frac{4(6 + \sqrt{33})}{33 + 7\sqrt{33}}, 1\right\}, \left\{-\frac{15 - \sqrt{33}}{-33 + 7\sqrt{33}}, \frac{4(-6 + \sqrt{33})}{-33 + 7\sqrt{33}}, 1\right\}, \{1, -2, 1\}\right\}$

Definisanje funkcije : f[x_] := ...

In[80]:= **f[x_] := x^2 + 3 x**

In[81]:= **f[2]**

Out[81]= 10

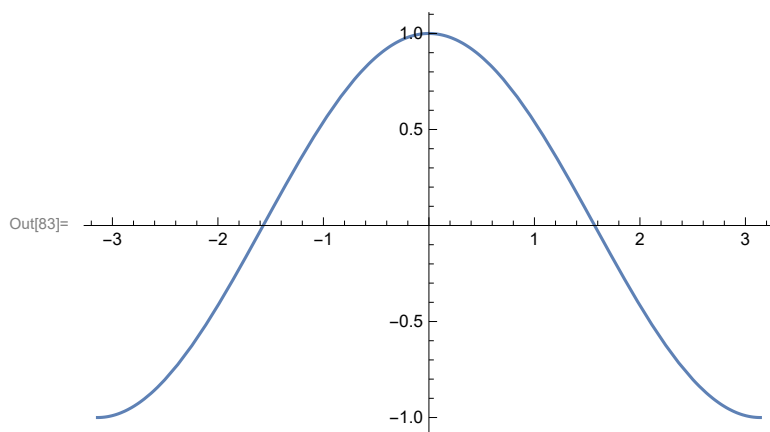
Map[f, expr] ili f /@ expr primenjuje funkciju f na svaki element izraza expr

In[82]:= **Map[f, {1, 2, 3}]**

Out[82]= {4, 10, 18}

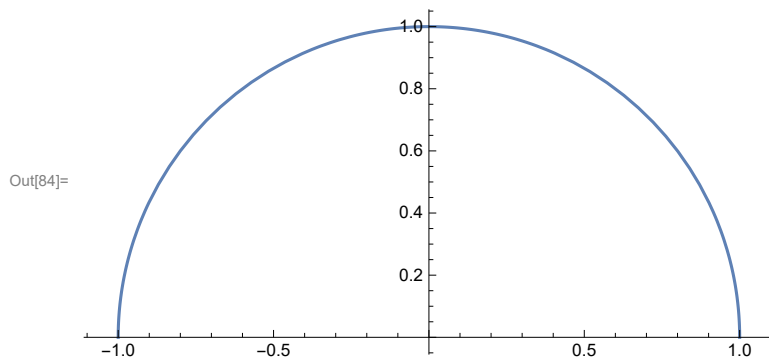
Za prikazivanje grafika funkcije koristi se funkcija Plot[].

In[83]:= **Plot[Cos[x], {x, -Pi, Pi}]**



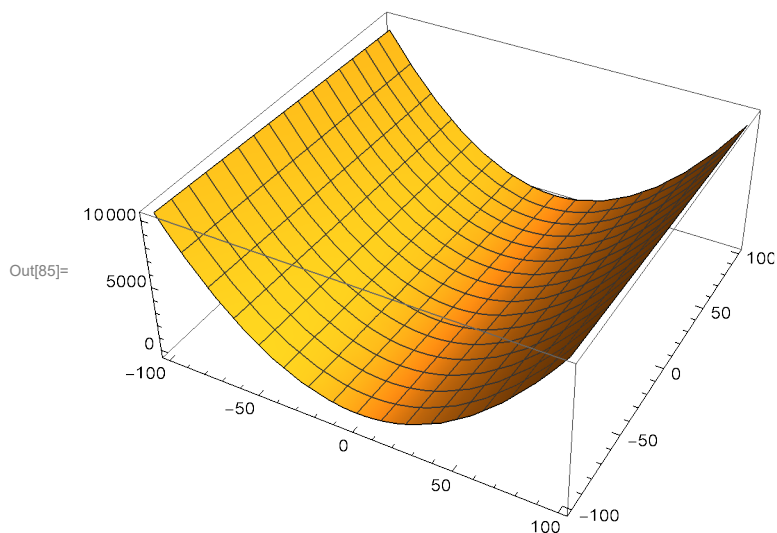
Crtanje parametarski zadate krive :

In[84]:= **ParametricPlot**[{Cos[t], Sin[t]}, {t, 0, Pi}]



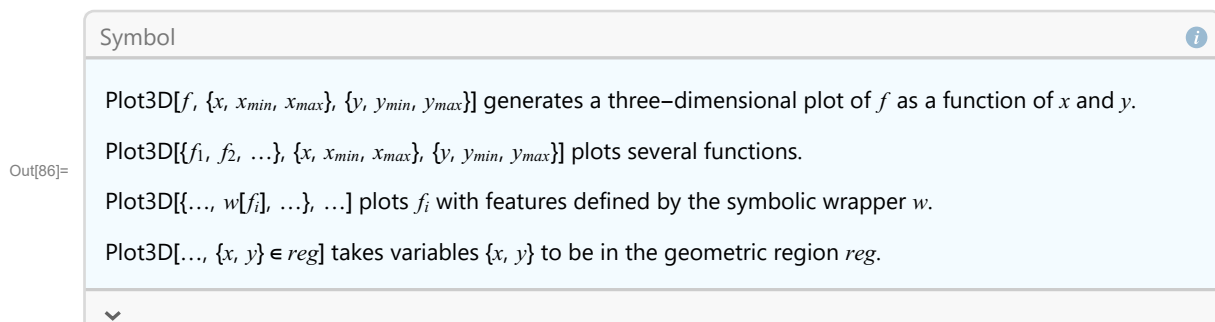
Osnovna funkcija za crtanje trodimenzionalne grafike je **Plot3D** (navodimo dve promenljive, i to je glavna razlika u odnosu na **Plot**):

In[85]:= **Plot3D**[x^2 - 4 y, {x, -100, 100}, {y, -100, 100}]



Detaljnije o funkciji: ?ime_funkcije

In[86]:= **? Plot3D**



In[87]:= ? f

Out[87]=	Symbol
	Global`f
	Definitions f[x_] := x ² + 3 x
	Full Name Global`f
	^

Sa `Clear[f]` možemo da izbrišemo definiciju funkcije f.

In[88]:= **Clear[f]**

In[89]:= ? f

Out[89]=	Symbol
	Global`f
	Full Name Global`f
	^

Na strani <https://www.wolfram.com/> možete pronaći informacije o mnogobrojnim mogućnostima ovog softvera.