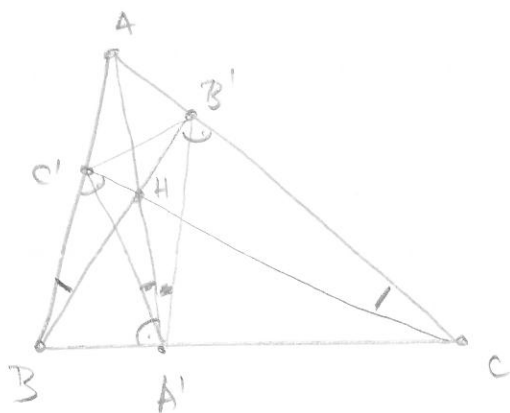


①



$$\angle HA'B = \angle HC'B = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ Четиороугао $A'HCB$ је инсциран

$$\Rightarrow \angle HBC' = \angle HAC'$$

Четиороугао $A'B'H$ је инсциран

$$(\angle A' = 90^\circ, \angle B' = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle HAB' = \angle HCB'$$

(перифериски над инсциран HCB')

$$\Rightarrow \underline{\angle HA'B'} = \underline{\angle HCB'} = \underline{\angle HBC'} = \underline{\angle HAC'}$$

једнаки као углови са нормалним пресецима

$\Rightarrow$ Тачка H је симетрична тачке A' у односу на BC .

На исти начин H је симетрична тачки B' у односу на AC и тачки C' у односу на AB .
 $\Delta A'B'C' \Rightarrow H$ је центар описаног круга ΔABC

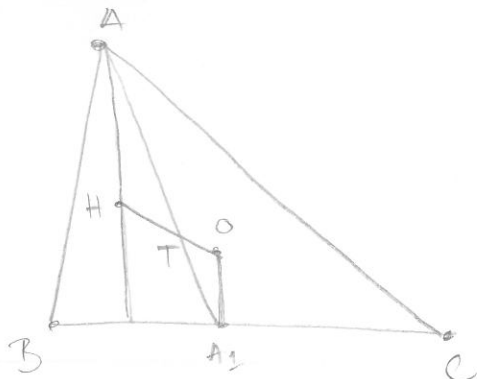
Правец BC садржи тачку A' и нормалан је на симетралу унутрашњег угла код тачке A' $\Delta A'B'C'$

$\Rightarrow BC$ је симетрала спољашњег угла код тачке A' $\Delta A'B'C'$

На исти начин су и AB и AC симетрале осталих спољашњих углова $\Delta A'B'C'$.

Тачке A, B, C су пресеци симетрала спољашњих углова $\Delta A'B'C'$
 $\Delta A'B'C' \Rightarrow A, B, C$ су центри описаних кругова $\Delta A'B'C'$

2.



АНАЛИЗА:

Нека $\triangle ABC$ задовољава услове задатке:
Тачка A је теме, H ортоцентар, O центар
круга $\triangle ABC$

Нека је A_1 средиште дужи BC .

Ванни $OA_1 \perp BC$ и $T = OH \cap AA_1$

је средиште $\triangle ABC$ јер је AA_1 медијана
дужи, а тачке O, H, T су колинеарне
(Ејлерова права) и $HT = 2OT$.

AH је висина $\triangle ABC \Rightarrow AH \perp BC$

$OA_1 \perp BC \Rightarrow OA_1 \parallel AH$.

Конструкција:

Конструисамо тачку T на дужи OH так да $HT = 2OT$

праву $r \parallel AH$, $r \in O$

тачку $A_1 = AT \cap r$

праву $m \in A_1$, $m \perp r$

круг k са центром O , полупречника OA
тачке $B, C \in k \cap m$.

Доказ:

ПК. тачка A је теме $\triangle ABC$

ПК. тачке $A, B, C \in k(O, OA) \Rightarrow$ тачка O јесте центар описног
круга $\triangle ABC$

ПК. $OA_1 \perp BC \Rightarrow A_1$ је средиште BC
центар описног круга $\Rightarrow AA_1$ је медијана дужи $\triangle ABC$

$\triangle ATH \sim \triangle A_1TO$ (сличне су јер имају једнаке углове са
паралелним крацима)

$$\Rightarrow \frac{AT}{TA_1} = \frac{AH}{A_1O} = \frac{HT}{TO} = \frac{2}{1}$$

по конструкцији

Тачка T дели медијану дужи AA_1 у односу $2:1 \Rightarrow T$ је средиште
 $\triangle ABC$

$H \in OT$, $HT = 2TO \Rightarrow H$ је ортоцентар $\triangle ABC$.
Ејлер

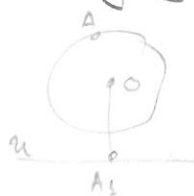
Дискусија: из сличности $\triangle ATH \sim \triangle A_1TO \Rightarrow A_1O = \frac{1}{2}AH$

Ако је $A_1O \geq AO$ задатак нема решења јер се тада
круг k и пресеци не сусрећу у 2 тачке. $\Rightarrow A_1O < AO$ и $\frac{1}{2}AH < AO$

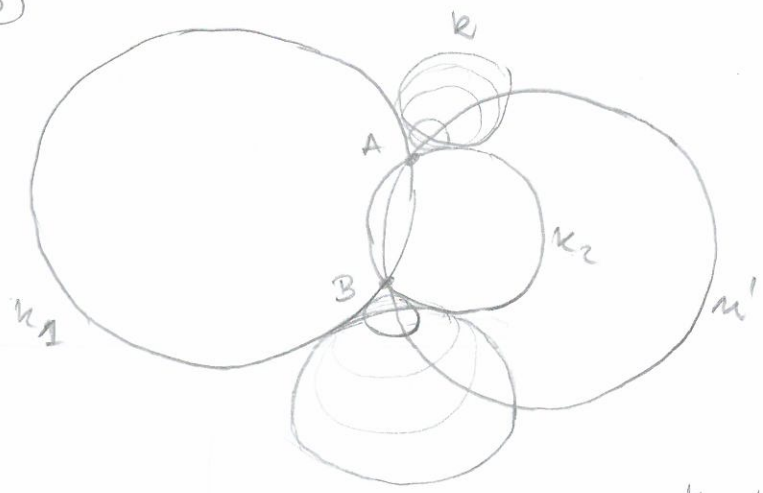
Средиште $\triangle ABC$ мора да буде унутар круга описног око $\triangle ABC$
 $\Rightarrow OT < OA$, $OT = \frac{1}{3}OH$

Задатак има јединствено решење ако

$$\left| \begin{array}{l} \frac{1}{3}OH < OA \text{ и} \\ \frac{1}{2}AH < OA \end{array} \right|$$



3



Нека је ℓ произвољан
круг са центром у
тачки A .

$$\psi_\ell: k_1, k_2 \mapsto k'_1, k'_2$$

• кргови који садрже
центар A праве које
не садрже
 A

$$\psi_\ell: B \mapsto B'$$

$$k_1, k_2 \ni B \Rightarrow k'_1 \cap k'_2 = B'$$

Произвољан круг k који додирује
кргове k_1, k_2 не може да садржи
тачку $A \Rightarrow$ инверзијом се
слика у круг k' који додирује
праве k'_1 и k'_2 .

Тачка O (центар круга k') је подједнако
удаљена од права k'_1, k'_2 (растојање је
полупречник круга k')

$$\Rightarrow O \in \text{симетрици угла } \angle(k'_1, k'_2)$$

Означимо је са n .

$$n \text{ садржи центар круга } k' \Rightarrow n \perp k'$$

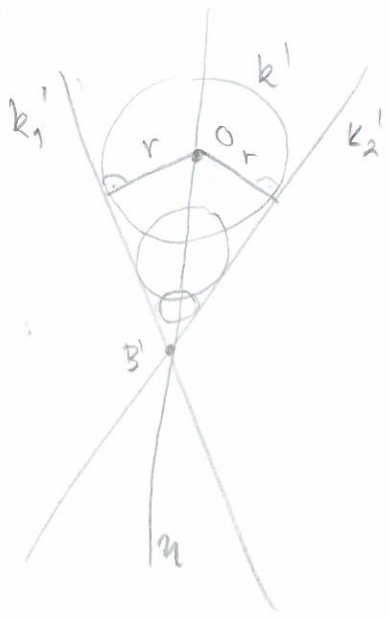
$$\psi_\ell: n \mapsto n'$$

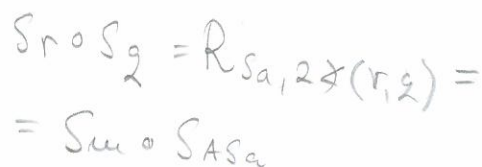
права права или
круг

$$n \perp k', \text{ инверзија крива угла } \Rightarrow n' \perp k$$

Пошто је k произвољан круг који додирује k_1 и k_2

$\Rightarrow$ Права или круг n' је $\perp$ на све кргове
који додирују k_1 и k_2



$$J = S_r \circ S_g \circ S_p$$


Доказано да је $m \perp AC$

$$\angle BAC = \angle$$
$$\nabla ABC = B$$
$$\star BCA = \star$$

γ Δ A B S_a :

$$4 \text{ BASa} = \frac{x}{2} \text{ lep } 1 \text{e ASa}$$

симметричные относительно внутренней угл

* $ABCa = B + \frac{\alpha + \gamma}{2}$ пер је
2 симетрале шорсимет угла
код шемени B $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \chi A \subseteq B = \frac{\chi}{2}$$

Означимо $M = A \cap M$

$$\neq (AS_q, \omega) = \neq (r, \xi)$$
$$= 0 \quad \star A \text{ Seq } B = \star M \text{ Seq } C$$
$$y \quad \Delta CM_{Sec} : \Delta MS_{AC} = \frac{x}{2}$$
$$7 \text{ } S_{\text{SCM}} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$
$$\Rightarrow DM \perp AC$$
$$\Rightarrow \angle SMC = 180^\circ - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} = 90^\circ$$
$$J = S_{\text{in}} \circ S_{A_{\text{eq}}} \circ S_{1p}$$
$$= S_m \circ S_A$$
$$= S_{u0} \circ S_{Ac} \circ S_u$$
$$S_m \circ S_n = S_{nc}$$
$$= T_{2AN}^{-1} \circ SAC$$
$$= G_{AC, 24\text{m}}$$

$AS_a \perp P \rightarrow$ симетрична
 ↓
 симетрично отблъсква
 центрима на дъгите на ъгъл A
 е и права $\perp AC$, мѐа
 мм

М је ладношће нормале из
центар спољне уписаног круга S_1
не сирежицу AC

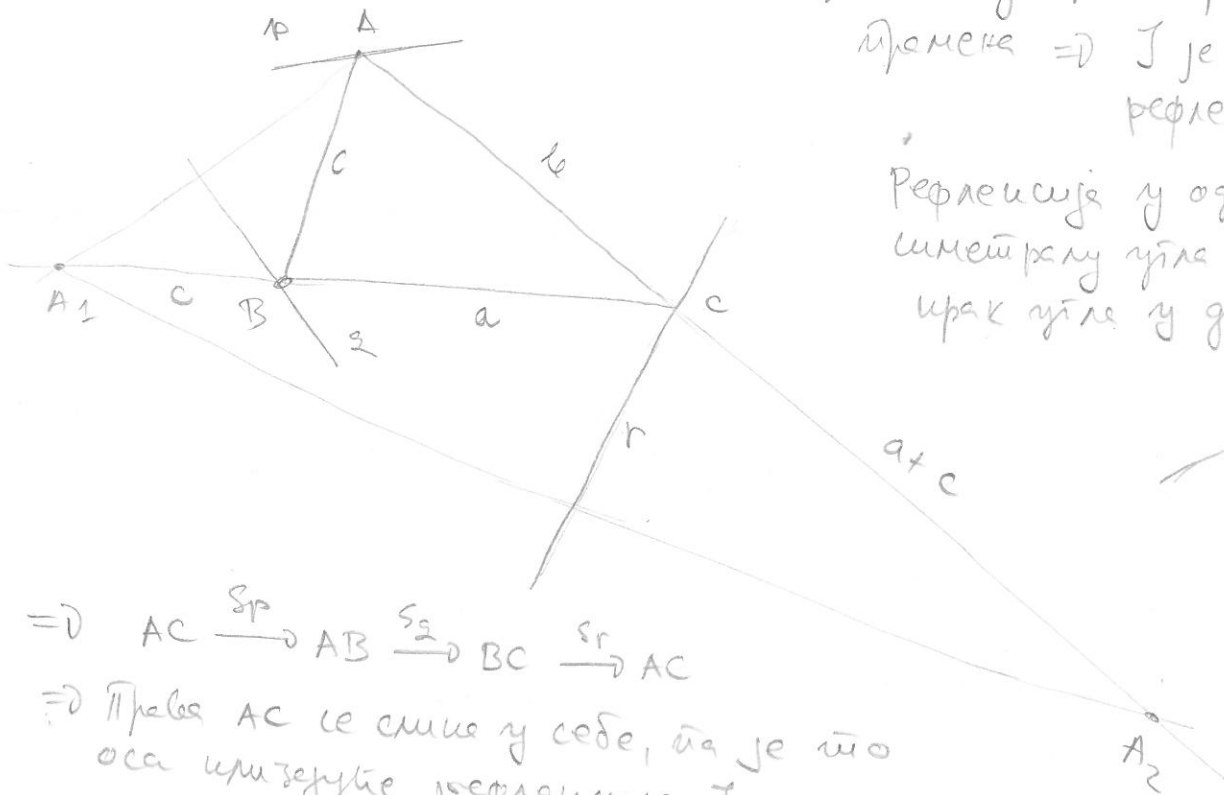
На основу Великог задатка AM је
покубом $\triangle ABC \Rightarrow 2AM = AB + BC + AC$

4

$$J = S_r \circ S_g \circ S_p$$

ρ_2, ρ nisu tražene jer to
premeke $\Rightarrow I$ je ključna
refleksija

Рефлексija y oднoсу нa
симетричну тiлу снмe једнa-
кoу тiлу y другoм



$$\Rightarrow AC \xrightarrow{S_p} AB \xrightarrow{S_2} BC \xrightarrow{S_r} AC$$

$\Rightarrow$ Према АС се слике у себе, па је то
оса кривежине рефлексије I.

$$A \xrightarrow{S_P} A \xrightarrow{S_2} A_1 \xrightarrow{S_r} A_2$$

$A \in P \qquad A_1 \in BC \qquad A_2 \in AC$

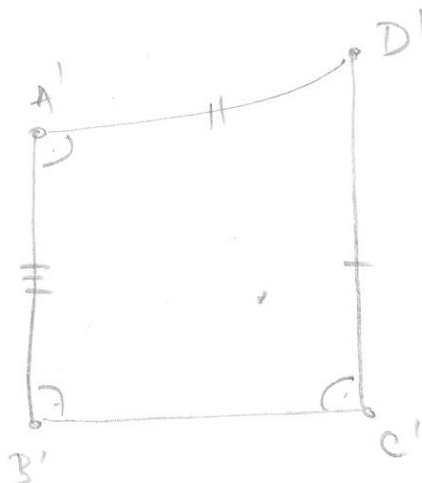
изометриза куба расширения $S_2(AB) = A \perp B \Rightarrow A \perp B = AB = c$
 $Sr(A \perp c) = A \perp c$

$$Sr(A_1C) = A_2C \Rightarrow A_2C = A_1C = a + c$$

$$AA_2 = AC + A_2C = a + b + c$$

$$\Rightarrow J = G_{AC, \overline{AA_2}}$$

$\vec{AA_2}$ има исту pravacu i smer
kao $\vec{AC}$, a intenzitet mu
je obim $\triangle ABC$.



Ако је још и $AB = A'B'$, онда су четвороуглици
ПНС: кр. $AB > A'B'$ подударни

nnC : hyp. $AB > A'B'$

$\Rightarrow \overline{JB} \in \text{группы } A\overline{B} \text{ и г. } A\overline{B} = A'B'$

Нека је m права која садржи $\bar{B}$ и нормална је на AB
 BC, AD , и су хиперпаралелне праве (заједничка нормала
 им је права AB) $\Rightarrow$ не секу се $\Rightarrow$ и сече CD

Нека је $\bar{C}$ подмножје нормале из тачке D на праву n
Ако $\bar{C} \subset \bar{C}D$ тачно је $\bar{C} \subset n$

1° Ако $\overline{C} \in \overline{CD}$, онда је збир углова у четвороуглу $BC\overline{C}B = 360^\circ$, што је контрадикције

2° Ако $\bar{C} \notin CD$, отгъ су ламбертови и елипсоидни $AB \bar{C} D$.

$AB \overline{CD}$ и $A'B'C'D'$ попарно ($AB = A'B'$ и $AD = A'D'$)

$\Rightarrow \overline{CD} = \overline{C'D'} = \overline{CD}$ $\Rightarrow \Delta C D \overline{C}$ је релативно право

Датно у задатку

$\Rightarrow \nabla D \bar{c} \bar{c} = \nabla D \bar{c} c$, па су оба оклира } контрадикције
међутим $\nabla D \bar{c} c$ је тачи.

$\Rightarrow$ Показује претпоставка да је лачка
 $\Rightarrow AB = A'B' \Rightarrow A \in B \Rightarrow A \in B$

$\Rightarrow AB = A'B' \Rightarrow$ Ламбертовим четивороуглима $ABCD$ и $A'B'C'D'$ јесу подударни