

Решења зграда композиција из ЕГ

16.1.2011.

1. $h(O, M)$ - пројективна линија
Потпуној инверзији $\mathcal{H}$.

$$h_{OAB} \mapsto h'_{OAB} = A'B'$$

$$h_{OCD} \mapsto h'_{OCD} = C'D'$$

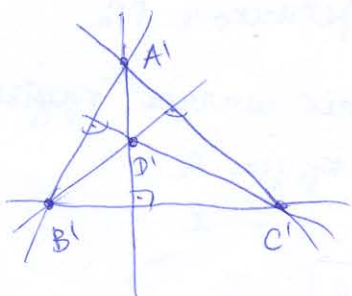
$$h_{OAC} \mapsto h'_{OAC} = A'C'$$

$$h_{OBD} \mapsto h'_{OBD} = B'D'$$

$$h_{OBC} \mapsto B'C'$$

$$h_{OAD} \mapsto A'D'$$

Како бачи $h_{OAB} \perp h_{OCD}$ и $h_{OAC} \perp h_{OBD}$ и инверзија је линија, па је $A'B' \perp C'D'$ и $A'C' \perp B'D'$. Инверзија је инверзија, па је још једном за доказано $B'C' \perp A'D'$, па све те линије $h_{OBC} \perp h_{OAD}$.



$\left. \begin{array}{l} A'B' \perp C'D' \\ A'C' \perp B'D' \end{array} \right\} \Rightarrow D' - \text{ортосентар } \triangle A'B'C'$
 $\Rightarrow A'D' - \text{висина у } \triangle A'B'C'$

$$\boxed{A'D' \perp B'C'}$$

$$\Rightarrow h_{OBC} \perp h_{OAD}$$

2.
$$g_{\vec{BC}, \pi} \circ S_A = (S_{\pi} \circ t_{\vec{BC}}) \circ S_A$$

$$= S_{\pi} \circ (S_{\beta} \circ S_{\gamma}) \circ S_A$$

$$= S_{\pi} \circ (S_{\beta} \circ S_{\gamma}) \circ (S_{\alpha} \circ S_{\delta} \circ S_{\delta})$$

$\alpha \parallel \beta \parallel \gamma \parallel \delta \Rightarrow$
$$= S_{\pi} \circ (S_{\beta} \circ S_{\gamma} \circ S_{\alpha}) \circ S_{\delta} \circ S_{\delta}$$

$$= S_{\pi} \circ S_{\gamma} \circ S_{\delta} \circ S_{\delta}$$

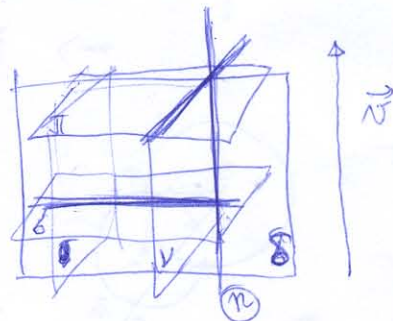
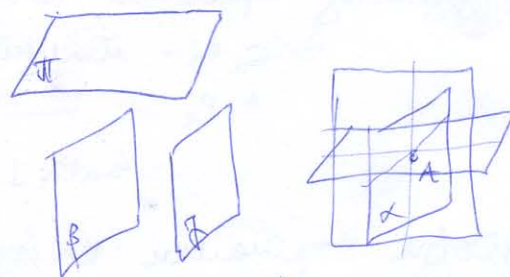
$\gamma \perp \delta \Rightarrow$
$$= S_{\pi} \circ S_{\delta} \circ S_{\gamma} \circ S_{\delta}$$

$$= T_{\vec{v}} \circ S_{\pi}$$

$$= g_{\pi, \vec{v}} \quad \vec{v} \parallel \pi$$

забојна композиција

Ово је заправо једна композиција 2 оне рефлексије међу се са међусобно нормалне минималне праве.
(н је њихова заједничка нормала)



$$\beta, \gamma \perp \pi \Rightarrow \alpha \perp \pi$$

$$\gamma \perp \pi$$

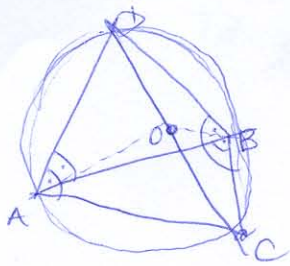
$$\alpha, \beta, \delta \perp \gamma$$

$$\alpha \parallel \beta \parallel \gamma$$

$$\beta \parallel \pi \quad \delta \perp \alpha, \beta$$

$$\delta \perp \alpha$$

3.



$$BC \perp (ABD) \Rightarrow BC \perp AB, BC \perp AD, BC \perp BD$$

$$AD \perp (ABC) \Rightarrow AD \perp AB, AD \perp BC, AD \perp AC$$

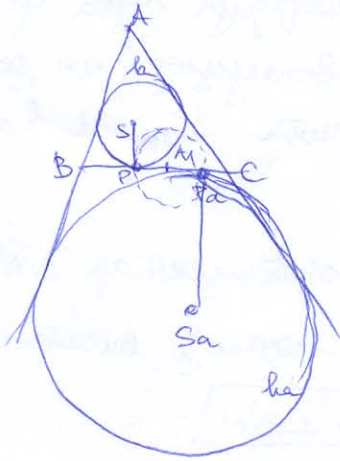
$$\Downarrow$$

$$\angle ABC = \angle CBD = 90^\circ$$

$$\angle BAD = \angle CAD = 90^\circ$$

Посматрајмо сферу из претходног сл. Из $\angle CBD = \angle CAD = 90^\circ$ сфера са тачкама A и B прелази кроз центар ове сфере, па је то сфера стичања ове сферама ABCD. Њен центар је срезивање грана сл. ($OA = OB = OC = OD$)

4.



A_1 - срезивање грана PA (B3)

$$l(A_1, A_1P) \quad A_1P = A_1Pa$$

$\Rightarrow l$ - круг из претходног PA

P - једна од пресека тачака круга h и l

SP - тангентна круга h

$$A_1P \parallel l$$

$$SP \perp PA_1 \Rightarrow \boxed{h \perp l}$$

Pa - једна од пресека тачака круга ha и l

$SaPa$ - тангентна круга ha

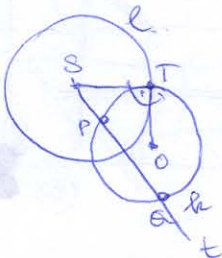
$$A_1Pa \parallel l$$

$$SaPa \perp A_1Pa \Rightarrow \boxed{ha \perp l}$$

Кругови нормални на круг l су функције при инверзији Ψ_l .

$$\Rightarrow \boxed{\Psi_l(h) = ha} \quad \boxed{\Psi_l(ha) = h}$$

Доказ



$$h(O, P) \perp l(S, T) \Rightarrow \Psi_l(h) = h$$

$t \ni S$ - сечења круга h

$$t \cap h = \{P, Q\}$$

$$SP \cdot SQ = ST^2 \quad (\text{попутница}) \quad \text{тачка } S \text{ у оклоу на кругу } h$$

$$SP \cdot SQ = R^2$$

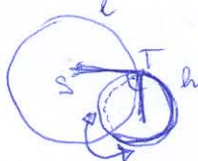
$$\Rightarrow \Psi_l(P) = Q$$

$$\Psi_l(Q) = P$$

$$\Psi_l(T) = T$$

$$\Psi_l(T') = T'$$

Закључак, при инверзији Ψ_l :



$$\Rightarrow \Psi_l(h) = h$$

(једна од сечења се сечења у кругу и одређује)

5.

Рајет на вектора

(подразумијева се због тога)

П. Јаковљева, због тога држи)