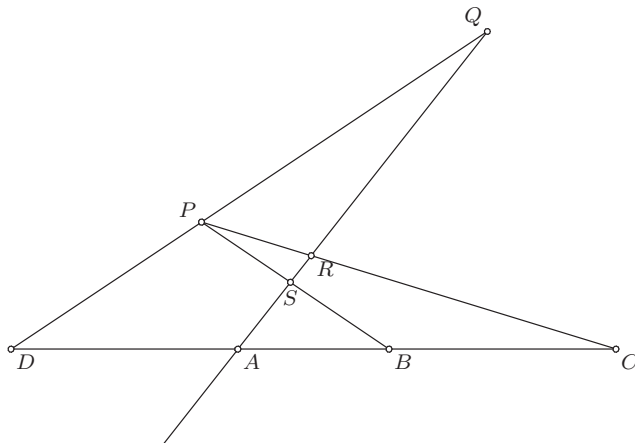


1. Dokazati: $\mathcal{B}(A, B, C) \wedge \mathcal{B}(D, A, C) \implies \mathcal{B}(B, A, D)$.

rešenje:

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{B}(A, B, C) \implies A, B, C \text{ - tri razne kolinearne tačke} \\ \mathcal{B}(D, A, C) \implies D, A, C \text{ - tri razne kolinearne tačke} \end{array} \right\} \implies A, B, C, D \text{ - razne kolinearne tačke}$$



Neka je P proizvoljna tačka van prave kojoj pripadaju tačke A, B, C, D , a Q tačka takva da je $\mathcal{B}(D, P, Q)$. Budući da je $\mathcal{B}(D, A, C)$ i $\mathcal{B}(D, P, Q)$, iz Pašove aksiome primenjene na tačke C, D, P i pravu QA , sledi da prava QA seče CP u tački R takvoj da je $\mathcal{B}(C, R, P)$. Na isti način, iz Pašove aksiome primenjene na tačke C, B, P i pravu QA , sledi da prava QA seče BP u tački S takvoj da je $\mathcal{B}(P, S, B)$. Najzad, iz Pašove aksiome primenjene na tačke D, P, B i pravu QA , dobijamo da važi $\mathcal{B}(D, A, B)$, odnosno (aksioma II2) $\mathcal{B}(B, A, D)$.

2. Neka su A_1, B_1 i C_1 središta stranica BC, CA i AB trougla $\triangle ABC$. Bisektrisa unutrašnjeg ugla kod temena C seče prave C_1A_1 i C_1B_1 redom u tačkama B_2 i A_2 . Dokazati da su prave AA_2 i BB_2 upravne na bisektrisi unutrašnjeg ugla kod temena C i da važi $C_1A_2 \cong C_1B_2$.

rešenje:

Ako je $AC = CB$, bisektrisa unutrašnjeg ugla kod temena C trougla $\triangle ABC$ sadrži središte stranice AB , pa su tačke B_2, C_1 i A_2 identične i tvrdjenje zadatka trivijalno važi.

$$\begin{aligned}
(\implies) \quad & \mathcal{S}_p \circ \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}} \circ \mathcal{S}_p \iff \mathcal{S}_p = \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}} \circ \mathcal{S}_p \circ \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}}^{-1} \\
& \text{teorema o transmutaciji} \implies \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}} \circ \mathcal{S}_p \circ \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}}^{-1} = \mathcal{S}_{p'}, \quad p' = \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}}(p) \\
& \implies \mathcal{S}_{p'} = \mathcal{S}_p \implies p' \equiv p \implies p = \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}}(p) \implies MN \parallel p \\
(\impliedby) \quad & MN \parallel p \implies p = \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}}(p) \\
& \text{teorema o transmutaciji} \implies \mathcal{S}_p = \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}} \circ \mathcal{S}_p \circ \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}}^{-1} \iff \mathcal{S}_p \circ \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{MN}} \circ \mathcal{S}_p
\end{aligned}$$