

Биоматематика, први колоквијум, 10.05.2014.

Теорија:

- (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{5, a\}$ и $B = \{a, c, 5\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \rightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (3 п.) Дефинисати појам лимеса (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лимеса и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 7 различитих тачака нагомилавања.
- (3 п.) Исказати Вајерштрасову теорему о екстремним вредностима непрекидне функције на сегменту. Да ли важе закључци теореме ако у њеном исказу заменимо сегмент $[a, b]$ са отвореним интервалом (a, b) ?

Задаци

- (3 п.) Доказати да за све природне бројеве n важи исказ: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$
- (3 п.) Израчунати граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+6n}})$.
- (3 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\sqrt{n}+5}{\sqrt{n}+2})^{n\sqrt{n}}$.
- Дата је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\ln(1+3x)}, & x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \end{cases}$
а) (3 п.) Испитати непрекидност и одредити тип прекида дате функције.
б) (3 п.) Израчунати извод дате функције.

Биоматематика, први колоквијум, 10.05.2014.

Теорија:

- (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{5, a\}$ и $B = \{a, c, 5\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:
(а) $f: A \rightarrow B$, која је '1 - 1', (б) $g: A \rightarrow B$, која је 'на', (в) $h: A \rightarrow A$ која је и '1 - 1' и 'на'.
Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !
- (3 п.) Дефинисати појам лимеса (граничне вредности) низа. Доказати да конвергентни низ има тачно једну граничну вредност. Навести основну разлику између лимеса и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 7 различитих тачака нагомилавања.
- (3 п.) Исказати Вајерштрасову теорему о екстремним вредностима непрекидне функције на сегменту. Да ли важе закључци теореме ако у њеном исказу заменимо сегмент $[a, b]$ са отвореним интервалом (a, b) ?

Задаци

- (3 п.) Доказати да за све природне бројеве n важи исказ: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$
- (3 п.) Израчунати граничну вредност низа $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+6n}})$.
- (3 п.) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\sqrt{n}+5}{\sqrt{n}+2})^{n\sqrt{n}}$.
- Дата је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\ln(1+3x)}, & x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \end{cases}$
а) (3 п.) Испитати непрекидност и одредити тип прекида дате функције.
б) (3 п.) Израчунати извод дате функције.