

5. домаћи

1. Објаснити да ли је функција $f : (R^2, d_p) \rightarrow (\mathbb{R}, d_{st})$ дата са $f(x, y) = \sin(xy)$ непрекидна и да ли је равномерно непрекидна.
2. Објаснити да ли је функција $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ дата са $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ непрекидна и да ли је равномерно непрекидна. (Метрика је стандардна.)
3. а) Показати да је сваки компактан метрички простор и комплетан.
б) Објаснити да ли је сваки комплетан метрички простор и компактан.
в) Навести пример метричког простора који није ни компактан ни комплетан.
4. Показати да скуп рационалних бројева није компактан.
5. Показати да је скуп рационалних бројева повезан метрички потпростор од $\mathbb{R}$.
6. а) Нека је $A \subset (X, d)$ повезан метрички потпростор. Показати да је $\overline{A}$ такође повезан.
б) Објаснити да ли важи обрнуто, тј. ако је $\overline{A}$ повезан, мора ли A бити повезан.
7. а) Показати да је $(\mathbb{R}^n, d_p)$ путно-повезан метрички простор.
б) Објаснити да ли је $(\mathbb{R}^n \setminus \{0\}, d_p)$, путно-повезан метрички простор.