

Испит из ЛААГ-а, јун, 1/1, 30.8.2024.

1. У зависности од реалног параметра $a \in \mathbb{R}$, решити систем линеарних једначина

$$\begin{array}{rrcrcl} -ax & - & 5y & + & 2z & = & -a \\ -2x & + & 2y & + & az & = & -1 - a \\ x & + & ay & - & z & = & 1 \end{array}$$

2. Нека су векторски потпростори U и W од $\mathbb{R}_4[X]$ задати са

$$U = \{(a - b) + (2a - b)X + aX^2 + (2a + b)X^3 \in \mathbb{R}_4[X] : a, b \in \mathbb{R}\},$$

$$W = \{P \in \mathbb{R}_4[X] : P(1) - P(0) - P'(0) = 0, P(2) - 2P'(1) = 0\}.$$

Наћи базу и димензију за векторске просторе U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

3. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -1 & -5 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$. Одредити карактеристичан полином матрице A , као и њене сопствене вредности. Наћи инвертибилну матрицу P , као и дијагоналну матрицу D такве да је $D = P^{-1}AP$. Наћи A^n за све природне бројеве n .

4. Одредити једначину праве p која је нормална на праве $q : \frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ и $r : \frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+3}{1}$. Одредити растојање између правих q и r .