

Испит из ЛААГ-а, јануар 1, 1/1, 13.1.2024.

1. Решити систем линеарних једначина у зависности од реалног параметра a :

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrl} ax & + & y & + & 2z & = & 1 \\ x & + & ay & - & az & = & 3 \\ 2ax & + & 2y & + & az & = & 5 \end{array}$$

2. Нека су $U = \mathcal{L}((1, 2, 3, 2, 1), (1, 0, -2, 2, 3), (5, 4, 0, 8, 11))$ и $W = \{(x, y, z, s, t) \mid 2x + z + 3s - 2t = 0, 3x + y + 3z + t = 0\}$. Наћи базу и димензију за векторске просторе U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

3. Нека је $L : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ пресликавање дато са $L(X) = AX + X^T A$, при чему је $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

(а) Доказати да је L линеарни оператор.

(б) Наћи матрицу линеарног оператора L у односу на канонску базу.

(ц) Наћи по једну базу и димензију за слику и језгро линеарног оператора L .

4. Одредити једначину праве p која лежи у равни $\alpha : 2x - 3y + 2z = 3$, садржи тачку $A(2, 1, 1)$, и сече праву $q : \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. У ком су међусобном положају праве p и права $r : \frac{x-6}{-4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{0}$?