

Аналитичка геометрија - колоквијум (19.04.2023.)

Презиме и име

Индекс

Поени

/

Обавезно прочитати!

У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (3 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. **Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!**

1 	Нека је T тежиште тетраедра $ABCD$, а S тежиште троугла ABD. Тада је $\overrightarrow{ST} = \boxed{-\frac{1}{12}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\frac{1}{4}} \overrightarrow{AC} + \boxed{-\frac{1}{12}} \overrightarrow{AD}$
2 	Нека је ABC троугао, и P и Q такве да је $\overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BP}$ и $\overrightarrow{CA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CQ}$. Ако је R тачка праве AB таква да су AP, BQ и CR у прамену, тада је $\overrightarrow{AR} : \overrightarrow{RB} = \boxed{\frac{1}{3}}.$
3 	Ако су $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вектори такви да је $\ \vec{b}\ = 2$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ и $\vec{a} \circ (2\vec{a} - \vec{b}) = 6$, онда је $\ \vec{a}\ = \boxed{2}$
4 	Ако су $A(0, 0, 0)$, $B(1, 2, 3)$, $C(2, 1, -9)$ и $D(2, 0, 2)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака $\boxed{8}$
5 	Дат је правилни октаедар $ABCDEFGF$. Афини репер $Axyz$ има координатне векторе $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$, $\vec{e}_3 = \overrightarrow{AE}$, а репер $Cx'y'z'$ координатне векторе $\vec{f}_1 = \overrightarrow{CB}$, $\vec{f}_2 = \overrightarrow{CE}$, $\vec{f}_3 = \overrightarrow{CF}$. Веза између старих и нових координата је: $\begin{aligned} x &= \boxed{0} x' + \boxed{-1} y' + \boxed{0} z' + \boxed{1} \\ y &= \boxed{-1} x' + \boxed{-1} y' + \boxed{0} z' + \boxed{1} \\ z &= \boxed{0} x' + \boxed{1} y' + \boxed{-1} z' + \boxed{0} \end{aligned}$

6	Дат је правоугли паралелопипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ивица $AB = 2$, $AD = 1$, $AA_1 = 2$. Растојање мимоилазних правих AC и BD_1 је $\frac{2}{3}$
7	Нека су тачке $A(4, \frac{\pi}{3})$ и $B(3, \frac{5\pi}{6})$ дате њиховим поларним координатама. Растојање тачака A и B је 5
8	Правa p која садржи пресек правих $a : x - y + 2 = 0$ и $b : -2x + y + 1 = 0$ и нормална је на праву $c : 3x - y + 2023 = 0$ има једначину $p : \frac{x + \boxed{-3}}{3} = \frac{y - \boxed{5}}{\boxed{-1}}.$
9	Тачка C која је симетрична тачки $B(2, 0, 6)$ у односу на равaн $\alpha : x + y + z - 2 = 0$ има координате $C \left(\boxed{-2}, \boxed{-4}, \boxed{2} \right)$
10	Равaн која садржи праву $p : x - y + z + 1 = 0$, $x + y - z + 1 = 0$ и нормална је на равaн $\alpha : 2x - y + 5z - 3 = 0$ има једначину $\boxed{3}x + \boxed{1}y - z + \boxed{3} = 0$

Аналитичка геометрија - колоквијум (19.04.2023.)

Презиме и име

Индекс

Поени

/

Обавезно прочитати!

У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (3 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. **Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!**

1 	Нека је T тежиште тетраедра $ABCD$, а S тежиште троугла ABC. Тада је $\overrightarrow{ST} = \boxed{-\frac{1}{12}} \overrightarrow{AB} + \boxed{-\frac{1}{12}} \overrightarrow{AC} + \boxed{\frac{1}{4}} \overrightarrow{AD}$
2 	Нека је ABC троугао, и P и Q такве да је $\overrightarrow{CB} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BP}$ и $\overrightarrow{CA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CQ}$. Ако је R тачка праве AB таква да су AP, BQ и CR у прамену, тада је $\overrightarrow{AR} : \overrightarrow{RB} = \boxed{\frac{4}{9}}.$
3 	Ако су $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вектори такви да је $\ \vec{b}\ = 8$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ и $\vec{a} \circ (3\vec{a} - 2\vec{b}) = 3$, онда је $\ \vec{a}\ = \boxed{3}$
4 	Ако су $A(0, 0, 0)$, $B(1, 2, 3)$, $C(2, 1, -9)$ и $D(1, 0, 1)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака $\boxed{4}$
5 	Дат је правилни октаедар $ABCDEFG$. Афини репер $Axyz$ има координатне векторе $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$, $\vec{e}_3 = \overrightarrow{AE}$, а репер $Cx'y'z'$ координатне векторе $\vec{f}_1 = \overrightarrow{CE}$, $\vec{f}_2 = \overrightarrow{CD}$, $\vec{f}_3 = \overrightarrow{CF}$. Веза између старих и нових координата је: $\begin{aligned} x &= \boxed{-1} x' + \boxed{-1} y' + \boxed{0} z' + \boxed{1} \\ y &= \boxed{-1} x' + \boxed{0} y' + \boxed{0} z' + \boxed{1} \\ z &= \boxed{1} x' + \boxed{0} y' + \boxed{-1} z' + \boxed{0} \end{aligned}$

6	Дат је правоугли паралелопипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ивица $AB = 2$, $AD = 1$, $AA_1 = 4$. Растојање мимоилазних правих AC и BD_1 је $\frac{\sqrt{6}}{3}$
7	Нека су тачке $A(12, \frac{\pi}{6})$ и $B(5, \frac{2\pi}{3})$ дате њиховим поларним координатама. Растојање тачака A и B је 13
8	Права p која садржи пресек правих $a : x + y + 2 = 0$ и $b : -2x - y - 5 = 0$ и нормална је на праву $c : 3x + y + 2023 = 0$ има једначину $p : \frac{x + 3}{3} = \frac{y - 1}{1}$
9	Тачка C која је подножје нормале из тачке $B(2, 0, 6)$ на раван $\alpha : x + y + z - 2 = 0$ има координате $C \left(0, -2, 4 \right)$
10	Раван која садржи праву $p : y - 2z - 2 = 0$, $x = 1$ и нормална је на раван $\alpha : x + y - z + 1 = 0$ има једначину $3x - y + 2z - 1 = 0$