Комплексна анализа А, М смер,
Колоквијум
24.01.2026.

1. **а)** Ако је функција $u(z) = \frac{2\cos 2\theta + \sin 2\theta}{\rho^2}$ реални део аналитичке функције $f = f(z)$ на $\mathbb{C} \setminus \{0\}$, где је $z = \rho e^{i\theta}$, одредити f за које је $f(i) = -2$.

   б) Нека је h хармонијска функција на области Ω таква да је и h^2 такође хармонијска на Ω. Доказати да је бар једна од функција h и $\bar{h}$ аналитичка на Ω.

2. Нека је $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ холоморфна функција, при чему важи $\int_0^{2\pi} |f'(re^{it})|dt \leq Mr^k$ за неко $k \in \mathbb{N}$ и све $0 < r < 1$, где је $M > 0$. Доказати да тада важи $\int\limits_0^1 |f(x)|dx \leq |f(0)| + \frac{M}{2\pi(k+1)}$.

3. (Бонус: 5 поена) Нека је $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ холоморфна функција. Доказати да важи

$$2|f'(0)| \leq \operatorname{diam} f(\mathbb{D}).$$

   Напомена: $\operatorname{diam} f(\mathbb{D}) = \sup\limits_{z,w \in \mathbb{D}} |f(z) - f(w)|$.

Комплексна анализа А, М смер,
Колоквијум
24.01.2026.

1. **а)** Ако је функција $u(z) = \frac{2\cos 2\theta + \sin 2\theta}{\rho^2}$ реални део аналитичке функције $f = f(z)$ на $\mathbb{C} \setminus \{0\}$, где је $z = \rho e^{i\theta}$, одредити f за које је $f(i) = -2$.

   б) Нека је h хармонијска функција на области Ω таква да је и h^2 такође хармонијска на Ω. Доказати да је бар једна од функција h и $\bar{h}$ аналитичка на Ω.

2. Нека је $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ холоморфна функција, при чему важи $\int_0^{2\pi} |f'(re^{it})|dt \leq Mr^k$ за неко $k \in \mathbb{N}$ и све $0 < r < 1$, где је $M > 0$. Доказати да тада важи $\int\limits_0^1 |f(x)|dx \leq |f(0)| + \frac{M}{2\pi(k+1)}$.

3. (Бонус: 5 поена) Нека је $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ холоморфна функција. Доказати да важи

$$2|f'(0)| \leq \operatorname{diam} f(\mathbb{D}).$$

   Напомена: $\operatorname{diam} f(\mathbb{D}) = \sup\limits_{z,w \in \mathbb{D}} |f(z) - f(w)|$.

Комплексна анализа А, М смер,
Колоквијум
24.01.2026.

1. **а)** Ако је функција $u(z) = \frac{2\cos 2\theta + \sin 2\theta}{\rho^2}$ реални део аналитичке функције $f = f(z)$ на $\mathbb{C} \setminus \{0\}$, где је $z = \rho e^{i\theta}$, одредити f за које је $f(i) = -2$.

   б) Нека је h хармонијска функција на области Ω таква да је и h^2 такође хармонијска на Ω. Доказати да је бар једна од функција h и $\bar{h}$ аналитичка на Ω.

2. Нека је $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ холоморфна функција, при чему важи $\int_0^{2\pi} |f'(re^{it})|dt \leq Mr^k$ за неко $k \in \mathbb{N}$ и све $0 < r < 1$, где је $M > 0$. Доказати да тада важи $\int\limits_0^1 |f(x)|dx \leq |f(0)| + \frac{M}{2\pi(k+1)}$.

3. (Бонус: 5 поена) Нека је $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ холоморфна функција. Доказати да важи

$$2|f'(0)| \leq \operatorname{diam} f(\mathbb{D}).$$

   Напомена: $\operatorname{diam} f(\mathbb{D}) = \sup\limits_{z,w \in \mathbb{D}} |f(z) - f(w)|$.