

3. домаћи

1. Упоредити отворене кугле на $\mathbb{R}^2$ у следећим метрикама d_1, d_2, d_3 и d_∞ , при чему је $d_p(x, y) = \sqrt[p]{|x_1 - y_1|^p + |x_2 - y_2|^p}$, за $p \geq 1$ и $d_\infty(x, y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$. (Нацртати.)
2. Нека је дат метрички простор $(\mathbb{R}^2, d_\infty)$. Нека је дат скуп $A = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < 1\}$. Одредити A° (унутрашње тачке), $\text{ext}A$ (спољашње тачке), ∂A (граничне тачке), $\overline{A}$ (затворење скупа A) и A' (тачке нагомилавања) у односу на метрику d_∞ .
3. Доказати да је Кошијев низ који има конвергентан подниз и сам конвергентан.
4. Показати да је сваки затворен скуп $A \subset \mathbb{R}$ комплетан метрички простор (са метриком наслеђеном из $\mathbb{R}$).
5. Нека је дата диференцијабилна функција $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ таква да је $|f'(x)| \leq q$, за неко $q \in (0, 1)$. Показати да f има фиксну тачку.
6. Дати пример функције која у једној метрици јесте непрекидна, а у другој није.
7. Показати да је функција непрекидна ако и само ако је инверзна слика сваког затвореног скупа затворен скуп.